十一：PN结二极管的电容效应

Thursday, March 19, 2020 1:46 PM

SCR内由电离杂质电荷，V↑ → W↑ → Q↑ → 电容效应；

1. 耗尽层电容定义：

   PN结耗尽层内的空间电荷会随着外加偏压的变化而变化，由此引起的电容，称为耗尽层电容，又叫势垒电容或过度电容，记为C_T。PN结反偏时，势垒电容为PN结主要电容。

   C_T(微分电容，大小等于SCR内正电荷或负电荷总量随外加偏压的变化率)定义式为：

   $$C_T = \frac{d|Q|}{dV_R}$$

   其中，Q为SCR内正电荷或负电荷的总量；

   以突变结为例：

   $$|Q| = AqN_a x_p = AqN_d x_n$$

2. C_T与V_R的关系(C~V特性)：

   a. 推导C_T的具体表达式：

   以突变结为例；

   热平衡时空间电荷区宽度公式：

   $$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S\psi_0}{q}\left(\frac{N_a}{N_d}\right)\left(\frac{1}{N_a+N_d}\right)}, x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S\psi_0}{q}\left(\frac{N_d}{N_a}\right)\left(\frac{1}{N_a+N_d}\right)}$$

   $$\because |Q| = AqN_a x_p = AqN_d x_n = A\sqrt{\frac{2\varepsilon_S q\psi_0 N_a N_d}{N_a+N_d}}$$

   反偏时，耗尽层近似依然成立：

   $$|Q| = A\sqrt{\frac{2\varepsilon_S q(\psi_0+V_R)N_a N_d}{N_a+N_d}}$$

   $$\Rightarrow C_T = \frac{d|Q|}{dV_R} = A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

   b. 势垒电容可等效于平行板电容：

   $$C_T = A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

   反偏时空间电荷区宽度公式：

   $$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)}{q}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}}$$

   $$C_T = \frac{A\varepsilon_S}{W}$$

   PN结势垒电容等效于平行板电容，正负空间电荷区分别为正、负极板，极板间距为SCR的总宽度W；

   c. 势垒电容的大小：

   例：$Si-PN$结，$T=300K, A=10^{-4}cm^2, N_a=10^{16}cm^{-3}, N_d=10^{15}cm^{-3}, V_R=5V$,求$C_T$；

   解：

   $$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2} \approx 0.637V$$

   $$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}} \approx 2.846\mu m$$

   $$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W} \approx 3.67nF/cm^2$$

   $$C_T = AC_T' \approx 0.367pF$$

   d. 正偏时的势垒电容：

   正偏时，耗尽层近似失效，SCR内电荷难以计算。所以势垒电容只能估算；

   正偏时：

   $C_T \approx 4C_T(0)$，$C_T(0)$是零偏时的势垒电容；

   $A\varepsilon_S$

$C_T(0)=\frac{\varepsilon_S}{W_0}$，$W_0$是热平衡时的SCR宽度；

一般正偏时，PN结势垒电容与扩散电容相比小得多，可以忽略；

e. $\frac{1}{C_T^2}\sim V_R$的关系曲线:

$$C_T=A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_T^2}=\frac{2(N_a+N_d)}{A^2\varepsilon_S q N_a N_d}(\psi_0+V_R)$$

以P^+N结为例：$N_a \gg N_d$

$$\frac{1}{C_T^2}=\frac{2(N_a+N_d)}{A^2\varepsilon_S q N_a N_d}(\psi_0+V_R)$$

$\frac{1}{C_T^2}\sim V_R$是线性关系；

由

3. 作业：

$P104$: $2-6, 2-13, 2-14, 2-17$;

a. 根据电子电流公式$I_n=qA\left(n\mu_n\varepsilon+D_n\frac{\partial n}{\partial x}\right)$推导公式：

由 $\psi_0 \equiv \psi_n-\psi_p=\int\left(\frac{I_n}{q\mu_n n\varepsilon}+\frac{D_n}{n\mu_n}\frac{\partial n}{\partial x}\right)$

解：晶体处于热平衡时：$I_n=0$

即：$qA\left(n\mu_n\varepsilon+D_n\frac{\partial n}{\partial x}\right)=0$

因为 $\varepsilon=-\frac{d\psi}{dx}$

所以 $-n\mu_n\frac{d\psi}{dx}+D_n\frac{\partial n}{\partial x}=0$

即 $n\mu_n\frac{d\psi}{dx}=D_n\frac{\partial n}{\partial x}$

由爱因斯坦关系：$\frac{D_n}{\mu_n}=V_T$

得：$n\frac{d\psi}{dx}=V_T\frac{\partial n}{\partial x}$

$\Rightarrow d\psi=\frac{V_T}{n}dn$

则：$\int d\psi=\int\frac{V_T}{n}dn$

$\Rightarrow \psi=V_T\ln n$

综上：

$\psi_0=\psi_n-\psi_p=V_T\ln n_{n0}-V_T\ln n_{p0}$

$=V_T\ln N_d-V_T\ln\frac{n_i^2}{N_a}$

$=V_T\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$

b. 把一个硅二极管用作变容二极管，在结的两边掺杂浓度分别为$N_a=10^{19}$和$N_d=10^{15}$，二极管的面积为$100mil^2$ (密尔(mil)为长度单位，$1\ mil=10^{-3}\ in$ (英寸) $=2.54\times10^{-5}\ m$)；

i. 求在$V_R=1V$和$V_R=5V$时二极管的电容；

$$\psi_0=V_T\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$$

$$=0.026eV\times\ln\frac{10^{19}cm^{-3}\times10^{15}cm^{-3}}{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}$$

$$\approx 0.817V$$

$$W=\sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)\times(0.817V+V_R)\times(10^{19}cm^{-3}+10^{15}cm^{-3})}{1.6\times10^{-19}C\times10^{19}cm^{-3}\times10^{15}cm^{-3}}}$$
$$\approx \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+V_R)}\ cm$$

在$V_R = 1V$时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+1)}\ cm \approx 1.540\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}{1.540\times10^{-6}m}$$
$$\approx 6.781\times10^{-5}F/(100\ cm)^2$$
$$= 6.781\ nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times6.781\ nF/cm^2$$
$$= 100\times(2.54\times10^{-3}\ cm)^2\times6.781nF/cm^2$$
$$\approx 4.37\ pF$$

在$V_R = 5V$时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+5)}\ cm \approx 2.756\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2(N\cdot m^2)}{2.756\times10^{-6}m}$$
$$\approx 3.789\ nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times3.789\ nF/cm^2$$
$$\approx 2.45\ pF$$

ii. 计算用此变容二极管和$L = 2mH$的储能电路的共振频率;

零偏压时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+0)}\ cm \approx 1.033\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}{1.033\times10^{-6}m}$$
$$\approx 1.011\times10^{-4}F/(100cm)^2$$
$$\approx 10.11nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times10.11\ nF/cm^2$$
$$\approx 6.523pF$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2mH\times6.523pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times6.523\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 8.76\ MHz$$

$V_R = 1V$时:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2mH\times4.37pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times4.37\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 10.70MHz$$

$V_R = 5V$时:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2mH\times2.54pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times2.54\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 14.03MHz$$

对于P^+N结: $W \approx X_n \ll L$

由泊松方程: $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_{Si}} = \frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}}$

c. P^+N结突变结空间电荷区内$N_d = N_{d0}e^{-\frac{x}{L}}$, 导出$C-V$特性表达式;

解: 对$\frac{d^2V}{dx^2} = \int -\frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}}dx$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} = -\frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}\int e^{-\frac{x}{L}}dx$$
$$= \frac{qN_{d0}L}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}} + A$$

$k\varepsilon_0$

在N侧SCR边界有 $x=x_n$，$\frac{d\varphi}{dx}=0$：

有：$\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L_n}}+A=0$

$\Rightarrow A=-\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0 x_n}e^{-\frac{x_n}{L_n}}$

因为 $\frac{d\varphi}{dx}=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x}{L_n}}+A$

所以 $\varphi(x)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x}{L}}+Ax+B$

即 $\varphi(x_n)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+B$

$\varphi(0)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}+B$

在P^+N型结中，$\varphi_0\approx\varphi(x_n)-\varphi(0)$

即 $\varphi_0=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+B-\left(-\frac{N_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}+B\right)$

$=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}$

$=\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}\left(1-e^{-\frac{x_n}{L}}\right)+Ax_n$

$\because A=-\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}$

$\therefore \varphi_0=\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}\left(1-e^{-\frac{x_n}{L}}\right)-\frac{qN_{d0}Lx_n}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(L-Le^{-\frac{x_n}{L}}-x_ne^{-\frac{x_n}{L}}\right)$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-e^{-\frac{x_n}{L}}(L+x_n)\right]$

因为 $W\approx x_n<<L$

所以 $e^{-\frac{x_n}{L}}\to 1-\frac{x_n}{L}$

则 $\varphi_0=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-\left(1-\frac{x_n}{L}\right)(L+x_n)\right]$

$\approx\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-\left(1-\frac{W}{L}\right)(L+x_n)\right]$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(L-L-x_n+W+\frac{Wx_n}{L}\right)$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(W-x_n+\frac{Wx_n}{L}\right)$

因为 $W\approx x_n$

所以：$\varphi_0\approx\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(W-W+\frac{W\cdot W}{L}\right)$

$=\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2$

$\Rightarrow W^2=\frac{\varphi_0 k\varepsilon_0}{qN_{d0}}$

$\Rightarrow W=\sqrt{\frac{\varphi_0 k\varepsilon_0}{qN_{d0}}}$

设偏压为 V_R，则：

$W=\sqrt{\frac{k\varepsilon_0(\varphi_0+V_R)}{qN_{d0}}}$

由电荷量 $(N_d\gg N_a)$：

$Q=qA\int_0^W N_d\,dx$

$=qA\int_0^W N_{d0}\cdot e^{-\frac{x}{L}}dx$

$=-qALN_{d0}\cdot e^{-\frac{x}{L}}\Big|_0^W$

$=-qALN_{d0}e^{-\frac{W}{L}}+qALN_{d0}$

$=qALN_{d0}\left(1-e^{-\frac{W}{L}}\right)$

$\because W<<L$，$\therefore e^{-\frac{W}{L}}\to 1-\frac{W}{L}$

则：$Q=qALN_{d0}\left(1-1+\frac{W}{L}\right)$

$=qAN_{d0}W$

由 $C=\frac{dQ}{dV_R}$

得：$C=\frac{d(qAN_{d0}W)}{dV_R}$

$\because W=\sqrt{\frac{k\varepsilon_0(\varphi_0+V_R)}{qN_d}}$

$\therefore C=\frac{d\sqrt{k\varepsilon_0 qN_{d0}A^2(\varphi_0+V_R)}}{dV_R}$

$\Rightarrow C=A\sqrt{k\varepsilon_0 qN_{d0}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\varphi_0+V_R}}$

$=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\varphi_0+V_R}}$

$\because \varphi_0=\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2$

$\therefore C=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2+V_R}}$

零偏压（$V_R=0V$）时：

$C_T=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2}}=\frac{Ak\varepsilon_0}{2W}$

因为 $N_d=\frac{2}{q k \varepsilon_0 A^2}\frac{\Delta V}{\Delta \frac{1}{C^2}}$

设 $a=\frac{\Delta V}{\Delta \frac{1}{C^2}}$；

d. 采用电容测试仪在$1MHz$测量$GaAs\ P^+N$结二极管的电容反偏压关系。下面是从$0\sim5V$每次间隔$\frac{1}{2}V$测得得电容数据，以pF为单位：

电压(V)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
电容(pF)	19.9	17.3	15.6	14.3	13.3	12.4	11.6	11.1	10.5	10.1	9.8

计算ψ_0和N_d(二极管的面积为$4\times10^{-4}cm^2$);

解：

```
V=0:0.5:5
```

```
V =
    0.5000    1.0000    1.5000    2.0000    2.5000    3.0000    3.5000    4.0000    4.5000    5.0000
```

```
C=[19.9 17.3 15.6 14.3 13.3 12.4 11.6 11.1 10.5 10.1 9.8]
```

```
C =
   19.9000   17.3000   15.6000   14.3000   13.3000   12.4000   11.6000   11.1000   10.5000   10.1000    9.8000
```

```
C2=1./C.^2
```

```
C2 =
    0.0025    0.0033    0.0041    0.0049    0.0057    0.0065    0.0074    0.0081    0.0091    0.0098    0.0104
```

```
dkC2=zeros([1 10]);
for i=1:10
    dkC2(i)=C2(i+1)-C2(i);
end
dkC2
```

```
dC2 = 1×10
10^-3 ×
    0.8161    0.7679    0.7811    0.7630    0.8504    0.9280    0.6846    0.9541    0.7327    0.6094
```

```
dV=zeros([1 10]);
for i=1:10
    dV(i)=V(i+1)-V(i);
end
dV
```

```
dV = 1×10
    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000
```

```
a=dV./dC2
```

```
a = 1×10
   612.7059   651.1283   640.1426   655.2941   587.9509   538.8007   730.3585   524.0703   682.4395   820.5226
```

```
a=sum(a)/(sum(size(a))-1)
```

```
a = 644.3413
```