二：半导体基本控制方程

Thursday, February 27, 2020 23:35

1. 连续性方程：
   a. 粒子数守恒原理：
   $$\begin{cases}\dfrac{\partial n}{\partial t}=-\nabla\cdot\overrightarrow{S_n}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{\partial p}{\partial t}=-\nabla\cdot\overrightarrow{S_p}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
   b. 流密度方程：
   $$\begin{cases}\overrightarrow{S_n}=-n\mu_n\vec{E}-D_n\nabla n\\ \overrightarrow{S_p}=p\mu_p\vec{E}-D_p\Delta p\end{cases}$$
   c. 连续性方程：
   $$\begin{cases}\dfrac{\partial n}{\partial t}=\mu_n\nabla n\cdot\vec{E}+n\mu_n\nabla\cdot\vec{E}+D_n\nabla^2 n+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{\partial p}{\partial t}=-\mu_p\nabla p\cdot\vec{E}-p\mu_p\nabla\cdot\vec{E}+D_p\nabla^2 p+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
2. 连续性方程的简化：
   a. 满足电中性条件：
   $$\nabla\cdot\vec{E}=0$$
   b. 不存在电场或电场非常弱：
   $$\vec{E}=0$$
   c. 稳态时：
   $$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial n}{\partial t}=0$$
   d. 考虑一维情况，设热平衡载流子浓度不随时间和空间变化：
   $$\begin{cases}\dfrac{d\Delta n}{dt}=\mu_n E\dfrac{d\Delta n}{dx}+D_n\dfrac{d^2\Delta n}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{d\Delta p}{dt}=-\mu_p E\dfrac{d\Delta p}{dx}+D_p\dfrac{d^2\Delta p}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
3. 泊松方程：
   a. 半导体总体呈电中性，但是局部可能存在空间电荷区，其中的电荷密度为：
   $$\rho=q(p+N_d-n-N_n)$$
   b. 设空间电荷区内的电势分布为ψ，则泊松方程表示为：
   $$\nabla^2\psi=-\nabla\cdot\vec{E}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=-\frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(p+N_d-n-N_a)$$
4. 半导体中的基本控制方程=连续性方程+泊松方程+电流方程

   配合初始条件和边界条件

   ⇒电荷分布+电场分布+电流分布
5. 半导体基本控制方程：
   $$\begin{cases}\dfrac{d\Delta n}{dt}=\mu_n E\dfrac{d\Delta n}{dx}+D_n\dfrac{d^2\Delta n}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{d\Delta p}{dt}=-\mu_p E\dfrac{d\Delta p}{dx}+D_p\dfrac{d^2\Delta p}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\\ I_n=A\cdot\overrightarrow{j_n}=qA\left(n\mu_n\vec{E}+D_n\dfrac{dn}{dx}\right)\\ I_p=A\cdot\overrightarrow{j_p}=qA\left(p\mu_p\vec{E}-D_p\dfrac{dp}{dx}\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla^2\psi = -\nabla \cdot E = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = -\dfrac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(p + N_d - n - N_a) \end{cases}$$

6. 预习作业:
   a. 非均匀半导体中的自建电场:
      i. 利用热平衡时电子电流为零的条件，证明：$\frac{D_n}{\mu_n} = V_T$;

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

热电势：$V_T = \frac{kT}{q}$

用静电势$\psi = -\frac{E_i}{q}$和费米势$\phi = -\frac{E_F}{q}$表示电子浓度:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT} - \frac{E_i}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F}{qV_T} - \frac{E_i}{qV_T}\right)$$
$$= n_i \cdot \exp\left(-\frac{\phi}{V_T} - \left(-\frac{\psi}{V_T}\right)\right)$$
$$= n_i \cdot \exp\left(\frac{\psi - \phi}{V_T}\right)$$

热平衡时，费米势为常数(取作零电势基准)得:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{\psi}{V_T}\right)$$

由爱因斯坦关系:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n}{V_T} \cdot \frac{d\psi}{dx} = -\frac{n\vec{E}}{V_T}$$
$$\Rightarrow I_n = qA\left(n\mu_n\vec{E} + D_n\frac{dn}{dx}\right)$$

热平衡时，半导体中电子电流为零:

$$I_n = qA\left(n\mu_n\vec{E} + D_n\frac{dn}{dx}\right) = 0$$
$$\Rightarrow n\mu_n\vec{E} = -D_n\frac{dn}{dx}$$
$$\Rightarrow n\mu_n\vec{E} = D_n\frac{n\vec{E}}{V_T}$$
$$\Rightarrow \frac{D_n}{\mu_n} = V_T = \frac{kT}{q}$$

      ii. 已知一块非均匀掺杂的半无限大P型半导体材料，其掺杂浓度分布为$N_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$，其中：N_0为表面处的受主浓度，L_p为常数。试完成以下小题：
         1) 推导半导体内部自建电场分布；

热电势:$V_T = \frac{kT}{q}$

用静电势和费米势表示受主浓度:

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) = n_i \exp\frac{\phi - \psi}{V_T}$$

热平衡时费米势为常数，取其作零电势基准:

$$p = n_i \exp\left(-\frac{\psi}{V_T}\right) \approx N_0 \exp -\frac{x}{L_p}$$
$$\Rightarrow \frac{n_i}{N_0} = \exp\left(\frac{\psi}{V_T} - \frac{x}{L_p}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{\psi}{V_T} - \frac{x}{L_p} = \ln\frac{n_i}{N_0}$$
$$\Rightarrow \psi = V_T\left(\ln\frac{n_i}{N_0} + \frac{x}{L_p}\right)$$
$$\vec{E} = -\frac{d\psi}{dx} = -\frac{V_T}{L_p}$$

         2) 假设$L_p = 2\mu m$，计算自建电场强度；

$$\vec{E} = -\frac{V_T}{L_p} = -\frac{0.026V}{}$$

$$E = -\frac{\quad}{L_p} = -\frac{\quad}{2\times10^{-6}m} = -1.3\,V/m$$

iii. 室温下N型Si中电子的迁移率约为$1000cm^2/V\cdot s$，计算电子扩散系数;

$$T = 300K, kT = 0.026eV$$
$$q = -e$$
$$\frac{D_n}{\mu_n} = V_T = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow D_n = \frac{kT}{q}\times\mu_n$$
$$= \frac{0.026eV\times1000cm^2/V\cdot s}{-e}$$
$$\approx 26cm^2/s$$

iv. 室温下P型Si中空穴的扩散系数约为$10\ cm^2/s$，计算空穴迁移率;

$$T = 300K, kT = 0.026eV$$
$$q = e$$
$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow \mu_p = \frac{D_p q}{kT}$$
$$= \frac{10cm^2/s\times e}{0.026eV}$$
$$\approx 384.62cm^2/V\cdot s$$

v. 已知，某N型半导体中，非平衡少子空穴的寿命$\boldsymbol{\tau_p = 1\mu s}$，空穴的迁移率为$\mu_{\mathrm{p}} = 400cm^2/V\cdot s$，请计算少子空穴的扩散长度$L_p$;（提示$L_p = \sqrt{\boldsymbol{D_p\tau_p}}$）

$$300K, kT = 0.026eV$$
$$q = -e$$
$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow D_p = \frac{kT\mu_p}{q}$$
$$= \frac{0.026eV\times400cm^2/V\cdot s}{e}$$
$$= 10.4cm^2/s$$
$$L_p = \sqrt{D_p\tau_p}$$
$$= \sqrt{10.4cm^2/s\times1\times10^{-6}s}$$
$$\approx 3.22\times10^{-5}m$$

b. 有一块很薄的N型Si片，掺杂浓度为$10^{16}cm^{-3}$。在持续均匀光照的条件下，Si片内产生的非平衡载流子浓度为:$\Delta n = \Delta p = 10^{13}cm^{-3}$，请完成以下各题:

i. 热平衡时,费米能级的位置;

$$n_0 \approx N_d = 10^{16}cm^{-3}$$
$$n_0 = n_i \exp\frac{E_F - E_i}{kT}$$
$$\Rightarrow E_F - E_i = kT\ln\frac{n_0}{n_i}$$
$$\Rightarrow E_F = 0.026eV\times\ln\frac{10^{16}cm^{-3}}{1.5\times10^{10}cm^{-3}} + E_i$$
$$\approx E_i - 0.35eV$$

ii. 热平衡时，少子空穴的浓度;

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}{10^{16}cm^{-3}} = 2.25\times10^4cm^{-3}$$

iii. 光照后，电子准费米能级的位置;

$$n = n_0 + \Delta n = n_i \exp\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}$$
$$\Rightarrow E_{Fn} - E_i = kT\ln\frac{n_0 + \Delta n}{n_i}$$
$$\Rightarrow E_{Fn} = 0.026eV\ln\frac{10^{16}cm^{-3} + 10^{13}cm^{-3}}{1.5\times10^{10}cm^{-3}} + E_i$$
$$\approx E_i + 0.35eV$$

iv. 光照后，空穴准费米能级的位置;

$$E_i - E_{Fp}$$

$$p = p_0 + \Delta p = n_i \exp\frac{\quad}{kT}$$

$$\Rightarrow E_i - E_{Fp} = kT \ln\frac{p_0 + \Delta p}{n_i}$$

$$\Rightarrow E_{Fp} = E_i - 0.026eV \times \ln\frac{2.25\times10^4 cm^{-3} + 10^{13} cm^{-3}}{1.5\times10^{10} cm^{-3}}$$

$$\approx E_i - 0.16eV$$

v. 光照后，电子准费米势和空穴准费米势的电势差;

$$\phi_n = -\frac{E_{Fn}}{q}$$

$$\phi_p = -\frac{E_{Fp}}{q}$$

$$\phi_n - \phi_p = \frac{E_{Fp} - E_{Fn}}{q}$$

$$= \frac{(E_i - 0.16eV - E_i - 0.35eV)}{e}$$

$$= -0.52V$$

vi. 假设Si片中，电子和空穴的迁移率分别为$1000cm^2/Vs$和$400cm^2/Vs$，试计算光照前后Si片电导率的改变量;

$$\Delta\sigma = e(\Delta n\mu_n + \Delta p\mu_p)$$

$$= 1.6\times10^{-19}C\times10^{13}cm^{-3}(1000 + 400)cm^2/Vs$$

$$= 2.24\times10^{-3}S/cm$$

$$= 0.224\ S/m$$

c. 判断对错，说明原因：

i. 根据修正的欧姆定律，热平衡时，电子电流和空穴电流一定为零;

对;

热平衡下电子电流和空穴电流一定相等且为0;

ii. 只要半导体中存在非平衡载流子，半导体中一定会有电流;

错;

存在非平衡载流子时：

$$\overrightarrow{J_p} - \overrightarrow{J_n} = \sigma_n(x)\frac{d\phi_n}{dx} - \sigma_p(x)\frac{d\phi_p}{dx}$$

$$= q\left(n(x)\frac{d\phi_n}{dx} - p(x)\frac{d\phi_p}{dx}\right)$$

与载流子分布相关;

iii. 只要流过半导体的总电流不为零，半导体中一定存在非平衡载流子;

错;

不存在非平衡载流子时：

$$\overrightarrow{J_n} = qn\mu_n\vec{E} = \sigma_n\vec{E} = -\sigma_n\frac{d\psi}{dx}$$

$$\overrightarrow{J_p} = qn\mu_p\vec{E}$$

$$\overrightarrow{J_n} - \overrightarrow{J_p} = qn\vec{E}(\mu_n - \mu_p)$$

当迁移率不同时，总电流也不为零;

iv. 只要流过半导体的总电流不为零，半导体中的载流子分布一定是不均匀的;

错;

还取决于静电势分布;