一：电荷输运现象

Tuesday, February 25, 2020 02:22

1. 预习作业：
    a. 一、判断对错，并说明原因。
        i. 平均漂移速度总是正比于外加电场强度;
            1) 错;
            2) 当电场过强时，漂移速度会达到饱和；
        ii. 电流密度正比于电场强度，比例系数为电导;
            1) 错;
            2) 比例系数为电阻率;
            3) J=$\sigma \cdot \varepsilon$；
        iii. 扩散流密度由载流子浓度决定;
            1) 错;
            2) 扩散流密度由载流子浓度梯度决定；
            3) 空穴扩散流密度= $-qD_p\nabla p$；
            4) 电子扩散流密度= $qD_n\nabla n$；
        iv. 载流子的漂移速度可以随着外加电场强度的增大而不断增大;
            1) 错；
            2) 当外加电场增大时，漂移速度先增大，漂移运动后的电子和空穴会产生内建电场。当内建电场达到一定强度后会与外电场抵消，使漂移运动停止；
        v. 只要存在载流子浓度梯度，就一定会产生电流；
            1) 错；
            2) 当外界电场方向与空穴浓度梯度相反(或与电子浓度梯度相同)时，可能阻碍扩散电流产生；
        vi. 只要存在电场，就一定会产生电流；
            1) 错；
            2) 电场中要存在自由载流子才能产生电流；
        vii. 载流子的有效质量越大，迁移率越小；
            1) 错；
            2) 载流子的迁移率除了与电导有效质量有关，还与其所带电荷量和动量弛豫时间有关；
        viii. 载流子的漂移速度与温度有关；
            1) 对；
            2) 当温度高时，相同条件下载流子的动能更大，速度更块；
        ix. 载流子的扩散运动与温度无关；
            1) 错；
            2) 扩散系数与温度有关；
            3) $D = \mu_p k_B T$；
        x. 电子的扩散流密度的方向与空穴的扩散流密度方向相同；
            1) 错；
            2) 扩散运动是由载流子本身存在浓度梯度产生的；

b. 计算题：已知一块均匀掺杂的N型Si材料，掺杂浓度为$10^{16}cm^{-3}$，为长方体形状，长度$1cm$，宽度$0.5cm$，厚度为$1.6mm$，在上、下两个大面上蒸镀电极（假设电极的接触电阻可忽略不计），沿厚度方向上施加$1.6V$电压，测量得到电流强度为$8A$，试完成以下小题：

i. 计算该材料的电导率；

$$R = \frac{U}{I}$$
$$= \frac{1.6V}{8A} = 0.2\ \Omega$$
$$\rho = \frac{R \cdot S}{L}$$
$$= \frac{0.2\Omega \times 0.5\times10^{-2}m \times 1\times10^{-2}m}{1.6\times10^{-3}m}$$
$$= \frac{1}{160}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$$
$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$
$$= 160\ S/m$$

ii. 计算电子的迁移率；

$N-Si$:

$$\sigma = nq\mu_n = en\mu_n$$
$$\Rightarrow \mu_n = \frac{\sigma}{nq}$$
$$= \frac{1.6S/cm}{10^{16}cm^{-3}\times1.6\times10^{-19}C}$$
$$= 10^3 \mathrm{cm}^2/\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}$$

iii. 计算电子的平均漂移速度；

$$\bar{v}_n = \mu_n \cdot \bar{\varepsilon}$$
$$= \text{-}10^3 cm^2/V\cdot s \times \frac{1.6V}{0.16cm}$$
$$= \text{-}10^4 cm/s$$

iv. 估算电子的动量弛豫时间；

$$\because m_{cn}^*(Si) = 0.26m_0$$
$$\mu_n = \frac{e\tau_n}{m_{cn}^*}$$
$$\Rightarrow \tau_n = \frac{\mu_n m_{cn}^*}{e}$$
$$= \frac{10^3 cm^2/V\cdot s \times 0.26\times9.1\times10^{-31}kg}{1.6\times10^{-19}C}$$
$$\approx 1.48\times10^{-13}s$$(国际单位用m计算)

v. 估算电子在漂移过程中平均每秒钟与晶格碰撞多少次；

$$\frac{1}{\tau_n} = 6.76\times10^{12}\ s^{-1} = 6.76\ GHz$$

2. 作业：第一课课后题；

二：半导体基本控制方程

Thursday, February 27, 2020 23:35

1. 连续性方程：
   a. 粒子数守恒原理：
   $$\begin{cases}\dfrac{\partial n}{\partial t}=-\nabla\cdot\overrightarrow{S_n}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{\partial p}{\partial t}=-\nabla\cdot\overrightarrow{S_p}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
   b. 流密度方程：
   $$\begin{cases}\overrightarrow{S_n}=-n\mu_n\vec{E}-D_n\nabla n\\ \overrightarrow{S_p}=p\mu_p\vec{E}-D_p\Delta p\end{cases}$$
   c. 连续性方程：
   $$\begin{cases}\dfrac{\partial n}{\partial t}=\mu_n\nabla n\cdot\vec{E}+n\mu_n\nabla\cdot\vec{E}+D_n\nabla^2 n+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{\partial p}{\partial t}=-\mu_p\nabla p\cdot\vec{E}-p\mu_p\nabla\cdot\vec{E}+D_p\nabla^2 p+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
2. 连续性方程的简化：
   a. 满足电中性条件：
   $$\nabla\cdot\vec{E}=0$$
   b. 不存在电场或电场非常弱：
   $$\vec{E}=0$$
   c. 稳态时：
   $$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{\partial n}{\partial t}=0$$
   d. 考虑一维情况，设热平衡载流子浓度不随时间和空间变化：
   $$\begin{cases}\dfrac{d\Delta n}{dt}=\mu_n E\dfrac{d\Delta n}{dx}+D_n\dfrac{d^2\Delta n}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{d\Delta p}{dt}=-\mu_p E\dfrac{d\Delta p}{dx}+D_p\dfrac{d^2\Delta p}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\end{cases}$$
3. 泊松方程：
   a. 半导体总体呈电中性，但是局部可能存在空间电荷区，其中的电荷密度为：
   $$\rho=q(p+N_d-n-N_n)$$
   b. 设空间电荷区内的电势分布为ψ，则泊松方程表示为：
   $$\nabla^2\psi=-\nabla\cdot\vec{E}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=-\frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(p+N_d-n-N_a)$$
4. 半导体中的基本控制方程=连续性方程+泊松方程+电流方程

   配合初始条件和边界条件

   ⇒电荷分布+电场分布+电流分布
5. 半导体基本控制方程：
   $$\begin{cases}\dfrac{d\Delta n}{dt}=\mu_n E\dfrac{d\Delta n}{dx}+D_n\dfrac{d^2\Delta n}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}\\ \dfrac{d\Delta p}{dt}=-\mu_p E\dfrac{d\Delta p}{dx}+D_p\dfrac{d^2\Delta p}{dx^2}+G-\dfrac{\Delta p}{\tau_p}\\ I_n=A\cdot\overrightarrow{j_n}=qA\left(n\mu_n\vec{E}+D_n\dfrac{dn}{dx}\right)\\ I_p=A\cdot\overrightarrow{j_p}=qA\left(p\mu_p\vec{E}-D_p\dfrac{dp}{dx}\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases} \nabla^2\psi = -\nabla \cdot E = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = -\dfrac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}(p + N_d - n - N_a) \end{cases}$$

6. 预习作业:
   a. 非均匀半导体中的自建电场:
      i. 利用热平衡时电子电流为零的条件，证明：$\frac{D_n}{\mu_n} = V_T$;

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_i}{kT}\right)$$

热电势：$V_T = \frac{kT}{q}$

用静电势$\psi = -\frac{E_i}{q}$和费米势$\phi = -\frac{E_F}{q}$表示电子浓度:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F}{kT} - \frac{E_i}{kT}\right) = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F}{qV_T} - \frac{E_i}{qV_T}\right)$$
$$= n_i \cdot \exp\left(-\frac{\phi}{V_T} - \left(-\frac{\psi}{V_T}\right)\right)$$
$$= n_i \cdot \exp\left(\frac{\psi - \phi}{V_T}\right)$$

热平衡时，费米势为常数(取作零电势基准)得:

$$n = n_i \cdot \exp\left(\frac{\psi}{V_T}\right)$$

由爱因斯坦关系:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{n}{V_T} \cdot \frac{d\psi}{dx} = -\frac{n\vec{E}}{V_T}$$
$$\Rightarrow I_n = qA\left(n\mu_n\vec{E} + D_n\frac{dn}{dx}\right)$$

热平衡时，半导体中电子电流为零:

$$I_n = qA\left(n\mu_n\vec{E} + D_n\frac{dn}{dx}\right) = 0$$
$$\Rightarrow n\mu_n\vec{E} = -D_n\frac{dn}{dx}$$
$$\Rightarrow n\mu_n\vec{E} = D_n\frac{n\vec{E}}{V_T}$$
$$\Rightarrow \frac{D_n}{\mu_n} = V_T = \frac{kT}{q}$$

      ii. 已知一块非均匀掺杂的半无限大P型半导体材料，其掺杂浓度分布为$N_0 e^{-\frac{x}{L_p}}$，其中：N_0为表面处的受主浓度，L_p为常数。试完成以下小题：
         1) 推导半导体内部自建电场分布；

热电势:$V_T = \frac{kT}{q}$

用静电势和费米势表示受主浓度:

$$p = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) = n_i \exp\frac{\phi - \psi}{V_T}$$

热平衡时费米势为常数，取其作零电势基准:

$$p = n_i \exp\left(-\frac{\psi}{V_T}\right) \approx N_0 \exp -\frac{x}{L_p}$$
$$\Rightarrow \frac{n_i}{N_0} = \exp\left(\frac{\psi}{V_T} - \frac{x}{L_p}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{\psi}{V_T} - \frac{x}{L_p} = \ln\frac{n_i}{N_0}$$
$$\Rightarrow \psi = V_T\left(\ln\frac{n_i}{N_0} + \frac{x}{L_p}\right)$$
$$\vec{E} = -\frac{d\psi}{dx} = -\frac{V_T}{L_p}$$

         2) 假设$L_p = 2\mu m$，计算自建电场强度；

$$\vec{E} = -\frac{V_T}{L_p} = -\frac{0.026V}{}$$

$$E = -\frac{\quad}{L_p} = -\frac{\quad}{2\times10^{-6}m} = -1.3\,V/m$$

iii. 室温下N型Si中电子的迁移率约为$1000cm^2/V\cdot s$，计算电子扩散系数;

$$T = 300K, kT = 0.026eV$$
$$q = -e$$
$$\frac{D_n}{\mu_n} = V_T = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow D_n = \frac{kT}{q}\times\mu_n$$
$$= \frac{0.026eV\times1000cm^2/V\cdot s}{-e}$$
$$\approx 26cm^2/s$$

iv. 室温下P型Si中空穴的扩散系数约为$10\ cm^2/s$，计算空穴迁移率;

$$T = 300K, kT = 0.026eV$$
$$q = e$$
$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow \mu_p = \frac{D_p q}{kT}$$
$$= \frac{10cm^2/s\times e}{0.026eV}$$
$$\approx 384.62cm^2/V\cdot s$$

v. 已知，某N型半导体中，非平衡少子空穴的寿命$\boldsymbol{\tau_p = 1\mu s}$，空穴的迁移率为$\mu_{\mathrm{p}} = 400cm^2/V\cdot s$，请计算少子空穴的扩散长度$L_p$;（提示$L_p = \sqrt{\boldsymbol{D_p\tau_p}}$）

$$300K, kT = 0.026eV$$
$$q = -e$$
$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$
$$\Rightarrow D_p = \frac{kT\mu_p}{q}$$
$$= \frac{0.026eV\times400cm^2/V\cdot s}{e}$$
$$= 10.4cm^2/s$$
$$L_p = \sqrt{D_p\tau_p}$$
$$= \sqrt{10.4cm^2/s\times1\times10^{-6}s}$$
$$\approx 3.22\times10^{-5}m$$

b. 有一块很薄的N型Si片，掺杂浓度为$10^{16}cm^{-3}$。在持续均匀光照的条件下，Si片内产生的非平衡载流子浓度为:$\Delta n = \Delta p = 10^{13}cm^{-3}$，请完成以下各题:

i. 热平衡时,费米能级的位置;

$$n_0 \approx N_d = 10^{16}cm^{-3}$$
$$n_0 = n_i \exp\frac{E_F - E_i}{kT}$$
$$\Rightarrow E_F - E_i = kT\ln\frac{n_0}{n_i}$$
$$\Rightarrow E_F = 0.026eV\times\ln\frac{10^{16}cm^{-3}}{1.5\times10^{10}cm^{-3}} + E_i$$
$$\approx E_i - 0.35eV$$

ii. 热平衡时，少子空穴的浓度;

$$p = \frac{n_i^2}{n} = \frac{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}{10^{16}cm^{-3}} = 2.25\times10^4cm^{-3}$$

iii. 光照后，电子准费米能级的位置;

$$n = n_0 + \Delta n = n_i \exp\frac{E_{Fn} - E_i}{kT}$$
$$\Rightarrow E_{Fn} - E_i = kT\ln\frac{n_0 + \Delta n}{n_i}$$
$$\Rightarrow E_{Fn} = 0.026eV\ln\frac{10^{16}cm^{-3} + 10^{13}cm^{-3}}{1.5\times10^{10}cm^{-3}} + E_i$$
$$\approx E_i + 0.35eV$$

iv. 光照后，空穴准费米能级的位置;

$$E_i - E_{Fp}$$

$$p = p_0 + \Delta p = n_i \exp\frac{\quad}{kT}$$

$$\Rightarrow E_i - E_{Fp} = kT \ln\frac{p_0 + \Delta p}{n_i}$$

$$\Rightarrow E_{Fp} = E_i - 0.026eV \times \ln\frac{2.25\times10^4 cm^{-3} + 10^{13} cm^{-3}}{1.5\times10^{10} cm^{-3}}$$

$$\approx E_i - 0.16eV$$

v. 光照后，电子准费米势和空穴准费米势的电势差;

$$\phi_n = -\frac{E_{Fn}}{q}$$

$$\phi_p = -\frac{E_{Fp}}{q}$$

$$\phi_n - \phi_p = \frac{E_{Fp} - E_{Fn}}{q}$$

$$= \frac{(E_i - 0.16eV - E_i - 0.35eV)}{e}$$

$$= -0.52V$$

vi. 假设Si片中，电子和空穴的迁移率分别为$1000cm^2/Vs$和$400cm^2/Vs$，试计算光照前后Si片电导率的改变量;

$$\Delta\sigma = e(\Delta n\mu_n + \Delta p\mu_p)$$

$$= 1.6\times10^{-19}C\times10^{13}cm^{-3}(1000 + 400)cm^2/Vs$$

$$= 2.24\times10^{-3}S/cm$$

$$= 0.224\ S/m$$

c. 判断对错，说明原因：

i. 根据修正的欧姆定律，热平衡时，电子电流和空穴电流一定为零;

对;

热平衡下电子电流和空穴电流一定相等且为0;

ii. 只要半导体中存在非平衡载流子，半导体中一定会有电流;

错;

存在非平衡载流子时：

$$\overrightarrow{J_p} - \overrightarrow{J_n} = \sigma_n(x)\frac{d\phi_n}{dx} - \sigma_p(x)\frac{d\phi_p}{dx}$$

$$= q\left(n(x)\frac{d\phi_n}{dx} - p(x)\frac{d\phi_p}{dx}\right)$$

与载流子分布相关;

iii. 只要流过半导体的总电流不为零，半导体中一定存在非平衡载流子;

错;

不存在非平衡载流子时：

$$\overrightarrow{J_n} = qn\mu_n\vec{E} = \sigma_n\vec{E} = -\sigma_n\frac{d\psi}{dx}$$

$$\overrightarrow{J_p} = qn\mu_p\vec{E}$$

$$\overrightarrow{J_n} - \overrightarrow{J_p} = qn\vec{E}(\mu_n - \mu_p)$$

当迁移率不同时，总电流也不为零;

iv. 只要流过半导体的总电流不为零，半导体中的载流子分布一定是不均匀的;

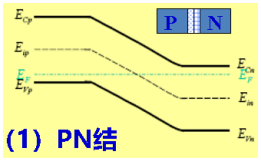
错;

还取决于静电势分布;

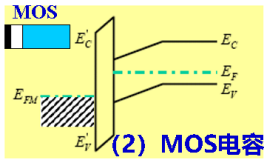
三：P-N结

Monday, March 2, 2020 12:42

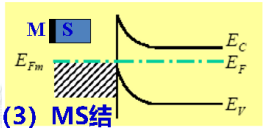
1. 预习作业：
    a. 引言：
        i. 什么是P-N结？
            1) 由P型半导体和N型半导体形成的冶金学接触(原子级接触)；
            2) P-N结时除金属-半导体接触器件外几乎所有半导体器件的基本单元；
        ii. 有哪几种类型的结？
            1) 同质结：同种物质构成；
            2) 异质结：不同种物质构成；
            3) 同型结：同种导电类型的物质构成；
            4) 异质结：不同种导电类型的物质构成；
            5) 金半结：金属-半导体接触或金属-半导体结(M-S结)；
        iii. 半导体器件有哪些主要的基本结构单元？
            1) $P-N$结；



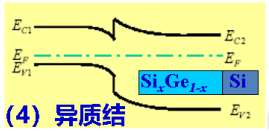
            2) MOS电容；



            3) M-S结；



            4) 异质结；



        iv. 制备半导体器件的平面工艺主要包括哪些工艺技术？
            1) 离子注入工艺；

                杂质元素的原子离化变成带电的杂质离子，在强电场下加速，获得较高的能量($10^4 \sim 10^6 eV$)后直接轰击到半导体基片(靶片)中，再经过退火使杂质激活，在半导体片中形成一定的杂质分布；

                a) 离子注入技术的特点：
                    i) 低温；
                    ii) 可精确控制浓度和结深；
                    iii) 可选出一种元素注入，避免混入其他杂质；
                    iv) 可在加大面积上形成薄而均匀的掺杂层；
                    v) 控制离子束扫描的区域，可实现选择注入，不需要掩膜技术；
                    vi) 设备昂贵；
            2) 扩散工艺；
                a) 常用的扩散工艺：
                    i) 固态源扩散；

ii) 液态源扩散；

iii) 气态源扩散；

3) 外延工艺；

在单晶衬底上沿晶体原来晶向向外延伸生长一层薄膜单晶层；

i) 外延工艺类型：

同质外延：在一种单晶材料上生长同种单晶材料；

异质外延：在一种单晶材料上生长另一种单晶材料薄膜；

ii) 外延工艺的特点：

可以方便地形成不同导电类型，不同杂质浓度，杂质分布陡峭的外延层；

iii) 外延技术的分类：

气相外延(PVD，CVD)、液相外延(LPE)、分子束外延(MBE)、热壁外延(WHE)、原子层外延等；

4) 光刻工艺；

利用光刻胶(由光敏化合物、树脂和有机溶剂组成的高分子有机化合物)在紫外光照射下会发生改性的特点，将掩模版上的图形转移到基片上；

a) 光刻工艺的基本原理：

i) 紫外光通过掩模版照射到附有一层光刻胶的基片表面，曝光区域的光刻胶发生光化学反应；

ii) 通过显影技术溶解去除曝光区域或未曝光区域的光刻胶(前者称正性胶，后者称负性胶)，使掩模版上的图形被复制到光刻胶薄膜上；

iii) 最后利用蚀刻技术将图形转移到基片上；

b) 光刻作用的用途：

实现选择掺杂、电极图案和电极布线、表面钝化；

5) 真空镀膜技术；

6) 氧化工艺；

硅表面的二氧化硅层有阻值杂质向硅内扩散的作用；

a) 二氧化硅薄膜的作用：

i) 对杂质扩散的掩蔽作用；

ii) 作为MOS器件的绝缘栅材料；

iii) 器件表面的钝化作用；

iv) 集成电路中的隔离介质和绝缘介质；

v) 集成电路中电容器元件的绝缘介质；

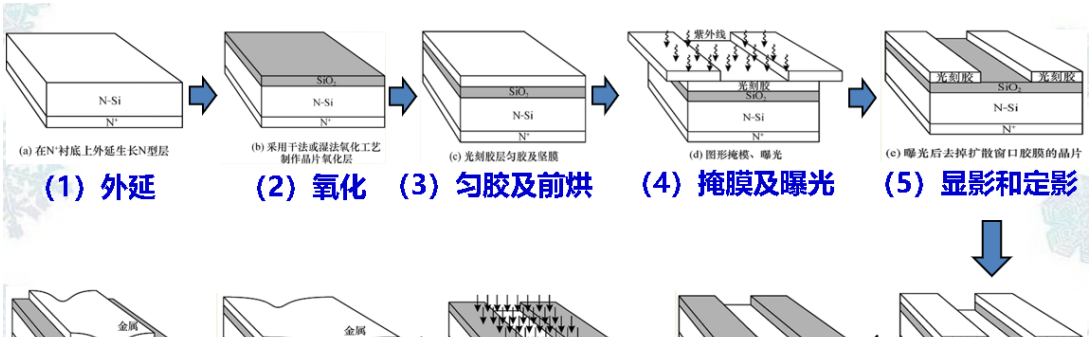
b) 硅表面二氧化硅薄膜的生长方法：

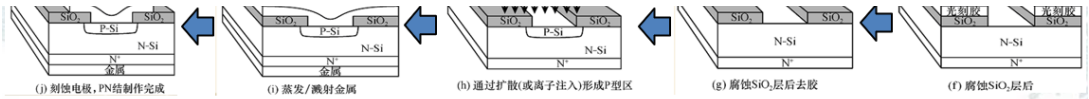
i) 热氧化；

ii) 化学气相沉积(CVD)；

7) 测试和封装工艺等；

v. 简述利用扩散技术制作PN结的基本工艺流程；





vi. 什么是突变结?

载流子浓度从P区到N区急剧变化的结;

$$N(x) = N_a - N_d \approx \begin{cases} N_a, (x \le x_j) \\ N_d, (x \ge x_j) \end{cases}$$

vii. 什么是线性缓变结?

杂志分布可用处的切线近似表示的缓变结(杂质浓度从P区到N区使逐渐变化的);

$$N(x) = N_a - N_d = -a(x - x_j)$$

viii. 写出突变结的杂质分布表达式;

$$N(x) = N_a - N_d \approx \begin{cases} N_a, (x \le x_j) \\ N_d, (x \ge x_j) \end{cases}$$

ix. 写出线性缓变结的杂质分布表达式;

$$N(x) = N_a - N_d = -a(x - x_j)$$

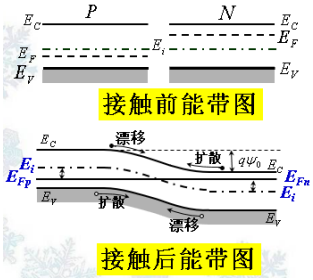
x. 简述$Al - Si$合金结的工艺过程;

1) 将铝粒放在一块N型单晶硅片上，加热到一定温度，形成铝硅的熔融体;
2) 然后降低温度，熔融体开始凝固，在N型硅片上形成含有高浓度铝的P型硅薄层;
3) P型薄层和N型硅衬底的交界面即为P-N结(也称之为铝-硅合金结);

xi. 简述正性光刻胶和负性光刻胶的区别;

1) 通过显影技术溶解去除曝光区域或未曝光区域的光刻胶(前者称正性胶，后者称负性胶)
2) 正性光刻胶：显影后曝光区域被溶解的光刻胶;
3) 负性光刻胶：显影后未曝光区域被溶解的光刻胶;

b. 热平衡(无偏压)P-N结:



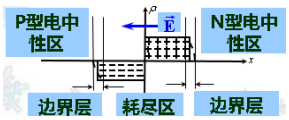
i. 既然P-N结存在内建电势差，能够利用万用表或电压表直接测量内建电势差的大小吗？为什么?

不能;

原因:

接触后体系处于热平衡状态，漂移电流与扩散电流相互抵消，对外不显电性;

ii. P-N结空间电荷区内的电荷分布是什么样子的?



iii. P-N结空间电荷区内电场分布是均匀的吗?

不是;

麦克斯韦方程组第一个方程:

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

一维情况下:

$$\nabla \cdot E = \frac{dE}{dx}$$

得：

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

解得：

$$E = \frac{\rho}{\varepsilon}x + C$$

1. 对于突变结：

空间电荷区电荷密度：

$$\rho = \begin{cases} -eN_a, (-x_p \le x \le 0) \\ eN_d, (0 \le x \le x_n) \end{cases}$$

得：

$$E = \begin{cases} -\frac{eN_a}{\varepsilon}x + C_p, (-x_p \le x \le 0) \\ \frac{eN_d}{\varepsilon}x + C_n, (0 \le x \le x_n) \end{cases}$$

边界条件：认为空间电荷区之外没电场

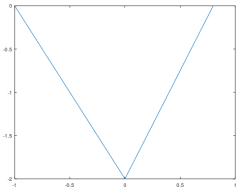
$$\begin{cases} E(x_n) = 0 \\ E(-x_p) = 0 \end{cases}$$ (电场强度的绝对值在交界面最大)

解得：

$$\begin{cases} C_n = -\frac{eN_d}{\varepsilon}x_n, (0 \le x \le x_n) \\ C_p = -\frac{eN_a}{\varepsilon}x_p, (-x_p \le x \le 0) \end{cases}$$

代入得：

$$E = \begin{cases} -\frac{eN_a}{\varepsilon}(x + x_p), (-x_p \le x \le 0) \\ \frac{eN_d}{\varepsilon}(x - x_n), (0 \le x \le x_n) \end{cases}$$



iv. P-N结电中性区内的电场分布应该如何？

无电场分布；

v. P-N结电中性区内的电势分布应该如何？

电中性区相当于良导体(等势体)，电势分别相等；

vi. 怎样求空间电荷区内的电场和电势分布呢？

1) 费米能级法：

空间电荷区电场为：

$$E_0 = (E_i - E_{Fp}) + (E_{Fn} - E_i)$$

由：

$$\begin{cases} p_0 = n_i \cdot \exp\frac{E_i - E_{Fp}}{kT} \\ n_0 = n_i \cdot \exp\frac{E_{Fn} - E_i}{kT} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_i - E_{Fp} = kT\ln\frac{p_0}{n_i} = kT\ln\frac{N_a}{n_i} \\ E_{Fn} - E_i = kT\ln\frac{n_0}{n_i} = kT\ln\frac{N_d}{n_i} \end{cases}$$

联立解得：

$$E_0 = kT\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$$

静电势为：

$$E_0 = q\psi_0$$

热电势为：

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

将热电势和静电势表达式代入解中得：

$$\psi_0 = V_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

2) 静电势法：

由：

$$\begin{cases} n = N_d = n_i \exp \dfrac{E_{Fn} - E_i}{kT} \\ p = N_a = n_i \exp \dfrac{E_i - E_{Fp}}{kT} \end{cases}$$

静电势为：

$$\psi = \frac{E_F - E_i}{V_T}$$

带入得：

$$\begin{cases} n = N_d = n_i \exp \dfrac{\psi_n}{V_T} \\ p = N_a = n_i \exp -\dfrac{\psi_p}{V_T} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \psi_n = V_T \ln \dfrac{n}{n_i} = V_T \ln \dfrac{N_d}{n_i} \\ \psi_p = -V_T \ln \dfrac{p}{n_i} = -V_T \ln \dfrac{N_a}{n_i} \end{cases}$$

内建电势差：

$$\psi_0 = \psi_n - \psi_p = V_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

内建电场：

$$E = q\psi_o = qV_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = kT \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

2. 练习题：

a. 计算$Si\ P-N$结的内建电势差：

已知：$Si\ P-N$结，$T = 300K$，$n_i = 1.5\times10^{10} cm^{-3}$；

i. $N_a = 5\times10^{17} cm^{-3}, N_d = 1\times10^{16} cm^{-3}$；

热电势：

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

内建电势差：

$$\begin{aligned} \psi_0 &= V_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} \\ &= \frac{0.026eV}{e} \times \ln \frac{5\times10^{17} cm^{-3} \times 1\times10^{16} cm^{-3}}{(1.5\times10^{10} cm^{-3})^2} \\ &\approx 0.79\ V \end{aligned}$$

ii. $N_a = 10^{15} cm^{-3}, N_d = 2\times10^{16} cm^{-3}$；

同上：

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} \\ &= \frac{0.026eV}{e} \times \ln \frac{10^{15} cm^{-3} \times 2\times10^{16} cm^{-3}}{(1.5\times10^{10} cm^{-3})^2} \\ &\approx 0.66\ V \end{aligned}$$

b. 计算$GaAs\ P-N$结的内建电势差：

已知：$GaAs\ P-N$结，$T = 300K$，$n_i = 1.8\times10^{6} cm^{-3}$；

i. $N_a = 5\times10^{17} cm^{-3}, N_d = 1\times10^{16} cm^{-3}$；

同前一题：

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} \\ &= \frac{0.026eV}{e} \times \ln \frac{5\times10^{17} cm^{-3} \times 1\times10^{16} cm^{-3}}{(1.8\times10^{6} cm^{-3})^2} \\ &\approx 1.27\ V \end{aligned}$$

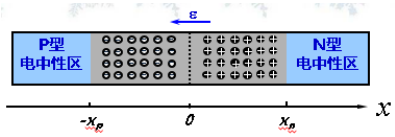
ii. $N_a = 10^{15} cm^{-3}, N_d = 2\times10^{16} cm^{-3}$；

$$\begin{aligned} \psi_0 &= \frac{kT}{q} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} \\ &= \frac{0.026eV}{e} \times \ln \frac{10^{15} cm^{-3} \times 2\times10^{16} cm^{-3}}{(1.8\times10^{10} cm^{-3})^2} \end{aligned}$$

四：P-N结的自建电势与自建电场

Thursday, March 5, 2020 1:13 PM

1. Possion方程：



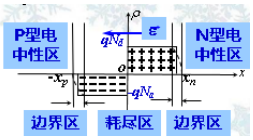
$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{d\vec{\varepsilon}}{dx}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_{rs}}=-\frac{q(p-n+N_d-N_a)}{\varepsilon_s}$$

内建电势差：

$$\psi_0=\psi_n-\psi_p=V_T\ln\frac{n_0p_0}{n_i^2}=V_T\ln\frac{N_dN_a}{n_i^2}$$

2. 突变结的电场和电势分布：

已知电荷分布，求电场和电势分布问题。



Possion方程：

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{d\vec{\varepsilon}}{dx}=-\frac{\rho}{\varepsilon_0\varepsilon_{rs}}=-\frac{q(p-n+N_d-N_a)}{\varepsilon_s}$$

a. 电场分布：

$$\rho(x)=\begin{cases}0,(x<-x_p,x>x_n)\text{电中性区}\\-qN_a,(-x_p<x<0)\text{耗尽区}\\qN_d,(0<x<x_n)\text{耗尽区}\end{cases}$$

边界层的宽度约为德拜屏蔽长度L_p的3倍，一般小于$0.1\mu m$，可以忽略；

i. 电中性区：

$$\vec{\varepsilon}(x)=0$$

电中性区无电荷，没有电场线，所有电场线都集中于耗尽区；

ii. P区耗尽层$(-x_p<x<0)$：

Possion方程：

$$\frac{d\vec{\varepsilon}}{dx}=-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}$$

$$\Rightarrow\vec{\varepsilon}(x)=-\int\frac{qN_a}{\varepsilon_s}dx=-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}x+C_p$$

电场强度连续性边界条件：

$$\vec{\varepsilon}(x)\Big|_{x=-x_p}=0$$

$$\Rightarrow\vec{\varepsilon}(-x_p)=\frac{qN_a}{\varepsilon_s}x_p+C_p=0$$

$$\Rightarrow C_p=-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}x_p$$

$$\vec{\varepsilon}(x)=-\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(x-x_p),(-x_p<x<0)$$

iii. N区耗尽层$(0<x<x_n)$：

Possing方程：

$$\frac{d\vec{\varepsilon}}{dx}=\frac{qN_d}{\varepsilon_s}\text{(电离施主带正电荷)}$$

$$\vec{\varepsilon}(x)=\int\frac{qN_d}{\varepsilon_s}dx=\frac{qN_d}{\varepsilon_s}x+C_n$$

$$\Rightarrow \varepsilon(x) = \int \frac{\quad}{\varepsilon_s} dx = \frac{\quad}{\varepsilon_s} x + C_n$$

电场强度连续性边界条件：

$$\vec{\varepsilon}(x)\Big|_{x=x_n} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{\varepsilon}(x_n) = \frac{qN_d}{\varepsilon_s} x_n + C_n$$

$$\Rightarrow C_n = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s} x_n$$

$$\vec{\varepsilon}(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}(x_n - x), (x_n > x > 0)$$

iv. 讨论：

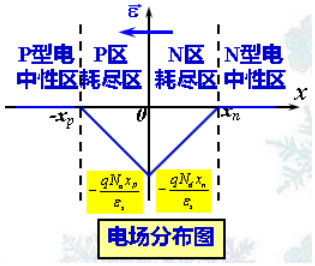
$x = 0$处电场连续，且最强：

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s} x_n = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s} x_p$$

$$\Rightarrow N_d x_n = N_a x_p$$

1) P区耗尽层中单位面积内的负电荷数=N区耗尽层中单位面接内的正电荷数；
2) P区耗尽层中的负电荷数=N区耗尽层中正电荷数；
3) 掺杂浓度越高的一侧，空间电荷区越薄；
4) 最大电场强度位于P、N区的交界面处；

v. 电场分布图：



b. 电势分布：

i. 电中性区$(-x_p \geq x, x \leq x_n)$：

$$\vec{\varepsilon}(x) = -\frac{d\psi(x)}{dx} = 0$$

$$\psi(x) = C$$

取P型中性区的电势为零电势，则：

$$\psi(x) = \begin{cases} 0, (x < -x_p) \\ \psi_0, (x > x_n) \end{cases}, \psi_0 = V_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

内建电势差完全降落在耗尽区（空间电荷区），电中性区没有压降；

ii. P取耗尽层$(-x_p \leq x \leq 0)$：

$$-\frac{d\psi(x)}{dx} = \vec{\varepsilon}(x) = -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}(x + x_p)$$

$$\Rightarrow \psi(x) = -\int \vec{\varepsilon}(x) dx = \int \frac{qN_a}{\varepsilon_s}(x + x_p) dx$$

$$\Rightarrow \psi(x) = \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}(x + x_p)^2 + C_p$$

有边界条件：

$$\psi(x)\Big|_{x=-x_p} = 0$$

$$\Rightarrow C_p = 0$$

$$\psi(x) = \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}(x + x_p)^2$$

iii. N区耗尽层$(x_n \geq x \geq 0)$：

$$-\frac{d\psi(x)}{dx} = \vec{\varepsilon}(x) = -\frac{qN_d}{\varepsilon_s}(x_n - x)$$

$$\Rightarrow \psi(x) = -\int \vec{\varepsilon}(x)dx = \int \frac{qN_d}{\varepsilon_s}(x_n - x)dx$$

$$\Rightarrow \psi(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x_n - x)^2 + C_n$$

有边界条件：

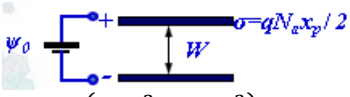
$$\psi(x)\Big|_{x=0} = \frac{qN_a}{2\varepsilon_s}x_p^2$$

$$\Rightarrow C_n = \frac{q\left(N_a x_p^2 + N_d x_n^2\right)}{2\varepsilon_s}$$

$$\psi(x) = -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x_n - x)^2 + \frac{q\left(N_a x_p^2 + N_d x_n^2\right)}{2\varepsilon_s}$$

$$= -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2x_n x) + \frac{qN_a x_p^2}{2\varepsilon_s}$$

iv. 讨论：电势在$x = x_n$处连续



$$\psi_0 = \frac{q\left(N_a x_p^2 + N_d x_n^2\right)}{2\varepsilon_s} = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

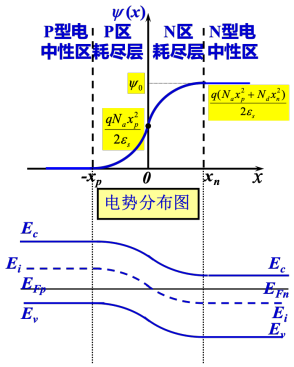
$$= \frac{qN_a x_p\left(x_n + x_p\right)}{2\varepsilon_s} = -\frac{1}{2}\varepsilon_m W$$

$$\left(W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{s} = \frac{\psi_0}{W} = -\frac{\varepsilon_m}{2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_s} = \frac{qN_a x_p}{2\varepsilon_s}$$

对于均匀掺杂的半导体P-N结，电势分布为空间坐标的二次函数，因此电势能的变化也是空间坐标的二次函数；

v. 电势分布图：



c. 空间电荷区宽度：

$$N_d x_n = N_a x_p$$

$$\Rightarrow x_p = \frac{N_d x_n}{N_a}$$

$$\psi_0 = \frac{q\left(N_a x_p^2 + N_d x_n^2\right)}{2\varepsilon_s}$$

$$\Rightarrow N_a x_p^2 + N_d x_n^2 = \frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}$$

$$\Rightarrow \frac{N_d(N_a + N_d)}{N_a}x_n^2 = \frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}$$

$$\Rightarrow x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a}{N_d}\right)\left(\frac{1}{N_a + N_d}\right)}$$

同理得出x_p，结果为：

$$\left\{x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a}{N_d}\right)\left(\frac{1}{N_a + N_d}\right)}\right.$$

$$\begin{cases} x_n = \sqrt{\dfrac{q}{2\varepsilon_s\psi_0}\left(\dfrac{N_d}{N_a}\right)\left(\dfrac{1}{N_a+N_d}\right)} \\ x_p = \sqrt{\dfrac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\dfrac{N_d}{N_a}\right)\left(\dfrac{1}{N_a+N_d}\right)} \end{cases}$$

$$W = x_n + x_p = \left(1+\frac{N_d}{N_a}\right)x_n$$

$$\Rightarrow W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a+N_d}{N_aN_d}\right)}$$

d. 例：

i. 已知：$Si\ P-N$结，$T=300K, N_a=10^{16}cm^{-3}, N_d=10^{15}cm^{-3}, n_i=1.5\times10^{10}cm^{-3}$。计算P-N结得空间电荷区宽度及内建电场。

解：

计算内建电势差(P-N结势垒)：

$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_dN_a}{n_i^2} = 0.026eV \ln\frac{10^{16}cm^{-3}\times10^{15}cm^{-3}}{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}$$
$$\approx 0.637V$$

计算空间电荷区宽度：

$$\varepsilon_{si} = 11.8\varepsilon_0$$
$$\varepsilon_0 = 8.854187817\times10^{-12}C^2/(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2)$$
$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a+N_d}{N_aN_d}\right)}$$
$$= \sqrt{\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)\times0.637V}{1.6\times10^{-19}C}\times\frac{10^{16}cm^{-3}+10^{15}cm^{-3}}{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}}$$
$$\approx 9.5\times10^{-7}m$$

$$x_p = \frac{N_dx_n}{N_a} = 0.1x_n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_n = \dfrac{N_aW}{N_a+N_d} = \dfrac{10W}{11} \approx 0.869\mu m \\ x_p = \dfrac{N_dW}{N_a+N_d} = \dfrac{W}{11} \approx 0.0869\mu m \end{cases}$$，空间电荷区主要位于低掺杂一侧；

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} = -\frac{qN_dx_n}{\varepsilon_s} = -\frac{1.6\times10^{-19}C\times10^{15}cm^{-3}\times8.69\times10^{-5}m}{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}$$
$$\approx 1.33\times10^6\ V/m$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\psi_0}{W} = \frac{0.637V}{9.56\times10^{-7}m} \approx 6.66\times10^5 V/m$$

P-N结势垒虽然很小，但是结区得内建电场却很强，因为结区非常薄；

ii. 已知：$Si\ P-N$结，$T=300K, N_a=5\times10^{16}cm^{-3}, N_d=5\times10^{15}cm^{-3}$，零偏压。

求：$x_n, x_p, W, \varepsilon_m$；

解：

计算内建电势差：

$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_aN_d}{n_i^2} = 0.026eV \ln\frac{5\times10^{16}cm^{-3}\times5\times10^{15}cm^{-3}}{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}$$
$$\approx 0.72V$$

计算空间电荷区宽度：

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a+N_d}{N_aN_d}\right)}$$
$$= \sqrt{\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)\times0.72V}{1.6\times10^{-19}C}\times\frac{5\times10^{16}cm^{-3}+5\times10^{15}cm^{-3}}{5\times10^{16}cm^{-3}\times5\times10^{15}cm^{-3}}}$$
$$\approx 4.55\times10^{-7}m$$

$$x_p = \frac{N_dx_n}{N_a} = 0.1x_n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_n = \dfrac{N_a W}{N_a + N_d} = \dfrac{10W}{11} = \dfrac{10\times 4.55\times 10^{-7} m}{11} \approx 4.14\times 10^{-7} m \\ x_p = \dfrac{N_d W}{N_a + N_d} = \dfrac{W}{11} = \dfrac{4.55\times 10^{-7} m}{11} \approx 4.14\times 10^{-8} m \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} = -\frac{qN_d x_n}{\varepsilon_s} = -\frac{1.6\times 10^{-19} C\times 5\times 10^{15} cm^{-3}\times 4.14\times 10^{-7} m}{11.8\times 8.85\times 10^{-12} C^2/(N\cdot m^2)}$$
$$\approx 3.17\times 10^6 V/m$$

iii. 已知：$GaAs\ P-N$结，$T=300K, N_a = 5\times 10^{16} cm^{-3}, N_d = 5\times 10^{15} cm^{-3}$,零偏压。

求：$x_n, x_p, W, \varepsilon_m$；

解：

计算内建电势差：

$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0.026eV \ln\frac{5\times 10^{16} cm^{-3}\times 5\times 10^{15} cm^{-3}}{(1.8\times 10^6 cm^{-3})^2}$$
$$\approx 1.19V$$

计算空间电荷区宽度：

$$\varepsilon_{GaAs} = 13.18\varepsilon_0$$
$$n_{i_{GaAs}} = 1.8\times 10^6 cm^{-3}$$
$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_a + N_d}{N_a N_d}\right)}$$
$$= \sqrt{\frac{2\times 13.18\times 8.85\times 10^{-12} C^2/(N\cdot m^2)\times 1.19V}{1.6\times 10^{-19} C}\times\frac{5\times 10^{16} cm^{-3} + 5\times 10^{15} cm^{-3}}{5\times 10^{16} cm^{-3}\times 5\times 10^{15} cm^{-3}}}$$
$$\approx 6.18\times 10^{-7} m$$

$$x_p = \frac{N_d x_n}{N_a} = 0.1 x_n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_n = \dfrac{N_a W}{N_a + N_d} = \dfrac{10W}{11} = \dfrac{10\times 6.18\times 10^{-7} m}{11} \approx 5.61\times 10^{-7} m \\ x_p = \dfrac{N_d W}{N_a + N_d} = \dfrac{W}{11} = \dfrac{6.18\times 10^{-7} m}{11} \approx 5.61\times 10^{-8} m \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} = -\frac{qN_d x_n}{\varepsilon_s} = -\frac{1.6\times 10^{-19} C\times 5\times 10^{15} cm^{-3}\times 5.61\times 10^{-7} m}{13.18\times 8.85\times 10^{-12} C^2/(N\cdot m^2)}$$
$$\approx 3.84\times 10^6 V/m$$

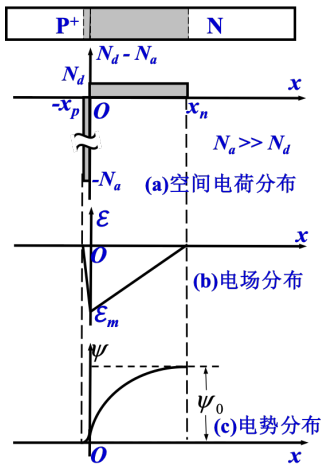
3. 单边突变结：

P-N结得一侧得掺杂浓度远远高于另一侧；

例如：结深很浅得扩散结可以近似看作单边突变结；

若，$N_a \gg N_d$称为P^+N结；若$N_d \gg N_a$，称为PN^+结；

a. P^+N结($N_a \gg N_d$)：



i. 空间电荷区宽度：

$$W \approx x_n \approx \sqrt{\frac{2\varepsilon\psi_0}{qN_d}}$$

ii. 电场分布$(x_n > x > 0)$:

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} \approx -\frac{qN_dW}{\varepsilon_s}$$

$$\vec{\varepsilon}(x) \approx \overrightarrow{\varepsilon_m}\left(1-\frac{x}{W}\right)$$

iii. 电势分布$(x_n > x > 0)$:

$$\psi(x) \approx \begin{cases} 0, (-x_p < x < 0) \\ -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2xW), (x_n > x > 0) \end{cases}$$

$$\psi_0 \approx \frac{qN_dW^2}{2\varepsilon_s}$$

b. PN^+结$(N_a \ll N_d)$:

i. 空间电荷区宽度:

$$W \approx x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{q}\left(\frac{N_d}{N_a}\right)\left(\frac{1}{N_a+N_d}\right)}$$

$$\approx \sqrt{\frac{2\varepsilon_s\psi_0}{qN_a}}$$

ii. 电场分布$(-x_p < x < 0)$:

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} \approx -\frac{qN_a}{\varepsilon_s}W$$

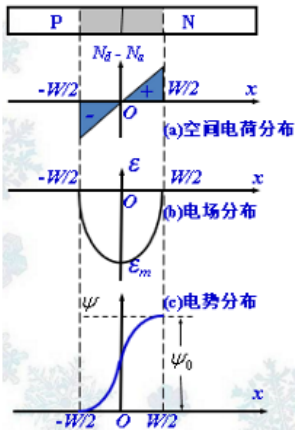
$$\vec{\varepsilon}(x) = \overrightarrow{\varepsilon_m}(x_n - x) \approx \overrightarrow{\varepsilon_m}\left(1-\frac{x}{W}\right)$$

iii. 电势分布$(x_n > x > 0)$:

$$\psi(x) \approx \begin{cases} -\frac{qN_d}{2\varepsilon_s}(x^2 - 2xW), (-x_p < x < 0) \\ 0, (0 < x < x_n) \end{cases}$$

$$\psi_0 \approx \frac{qN_aW^2}{2\varepsilon_s}$$

4. 线性缓变结



a. 空间电荷分布:

$$N_d - N_A = ax, \left(\frac{W}{2} > x > -\frac{W}{2}\right)$$

b. 电场分布:

Possion方程:

$$\frac{d\vec{\varepsilon}}{dx} = \frac{qax}{\varepsilon_s}$$

$$\rightarrow \vec{\varepsilon}(x) = \frac{qax^2}{\quad} + C$$

$$\Rightarrow \varepsilon(x) = \frac{}{2\varepsilon_s} + C$$

结合边界条件：

$$\vec{\varepsilon}\left(\pm\frac{W}{2}\right) = \frac{qa(4x^2 - W^2)}{8\varepsilon_s}$$

c. 电势分布：设P侧中性区得电势为零；

$$\psi(x) = \frac{qa}{2\varepsilon_s}\left(-\frac{x^3}{3} + \frac{W^2}{4}x + \frac{W^3}{12}\right)$$

d. 内建电势差：

$$\psi_0 = \psi\left(\frac{W}{2}\right) - \psi\left(-\frac{W}{2}\right) = \frac{qaW^3}{12\varepsilon_s}$$

另一种方法：以费米势为电势零点：

$$\begin{cases} \psi_n = V_T \ln\dfrac{n}{n_i} = V_T \ln\dfrac{aW}{2n_i} \\ \psi_p = -V_T \ln\dfrac{p}{n_i} = -V_T \ln\dfrac{aW}{2n_i} \end{cases}$$

$$\psi_0 = \psi_n - \psi_p = 2V_T \ln\frac{aW}{2n_i}$$

e. 空间电荷区宽度：

$$W = \left(\frac{12\varepsilon_s\psi_0}{qa}\right)^{\frac{1}{3}}$$

f. 例：

已知：Si线性缓变P-N结，$T = 300K, a = 10^{20}cm^{-4}, n_i = 1.5\times10^{10}cm^{-3}$；

$$\psi_0 = 2V_T \ln\frac{aW}{2n_i} = \frac{qaW^3}{12\varepsilon_s}$$

$$\Rightarrow 2\times0.026eV \ln\frac{10^{20}cm^{-4}W}{2\times1.5\times10^{10}cm^{-3}} = \frac{1.6\times10^{-19}C\times10^{20}cm^{-4}W^3}{12\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}$$

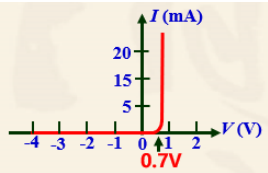
$$\Rightarrow \begin{cases} W \approx 0.7976\mu m \\ \psi_0 \approx 0.889V \end{cases}$$

$$\overrightarrow{\varepsilon_m} = \frac{qaW^2}{8\varepsilon_s} = \frac{3\psi_0}{2W} = \frac{3\times0.889V}{2\times0.7976\times10^{-6}m} \approx 1.672\times10^6 V/m$$

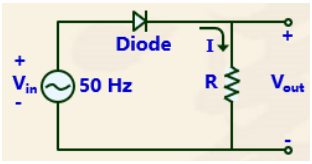
五：加偏压的PN结

Monday, March 16, 2020 6:55 AM

1. 理想PN结的基本假设：
   a. 耗尽层近似：
      SCR内载流子浓度远低于电中性区，视为耗尽，因而SCR电阻远高于电中性区，内建电势差和外加偏压几乎全部降落在耗尽层；
   b. 非简并近似：
      掺杂浓度较低，载流子分布近似满足玻尔兹曼分布；
   c. 小注入近似：
      注入的非平衡载流子浓度远远小于热平衡多子浓度；
   d. 突变结近似：
      P区与N区均匀掺杂，满足突变结条件；
   e. 忽略SCR内载流子的产生与复合：认为电流流过SCR时无任何改变；
2. PN结的单向导电性：
   a. 正偏：外电场与内电场方向相反；
      PN结SCR内电场减弱，势垒高度减小为$q(\psi_0 - V)$，多子扩散流大于少子漂移流，PN结流过大电流，处于低阻导通态；
      或：SCR变窄，结电阻变小，流过大电流，PN结处于低阻导通态；
   b. 反偏：外电场与内建电场方向相同；
      PN结内电场增强，势垒高度增大为$q(\psi_0 + V_R)$，多子扩散流小于少子漂移流，PN结流过小电流，PN结处于高阻关断状态；
      或：SCR变宽，结电阻变大，PN结流过小电流，PN结处于高阻关断状态；
   c. 加偏压的普通$Si-PN$结$I-V$特性的实验结果：



      i. 当$V < 0.7V$时，流过PN结电流很小，几乎为零；
      ii. 当V接近0.7V时，流过PN结电流急剧增大，近似为零电阻。继续增大电压，PN结上压降几乎保持0.7V不变；
   d. 例题：
      考虑一个由$Si-PN$结组成的典型整流电路：$V_{in} = 5\sin(2\pi ft)$，$f = 50Hz$，$R = 2k\Omega$。把$Si-PN$结近似看作是开启电压为0.7V、内阻为零的开关。画出输入和输出电压波形及电流波形；



      解：

七：空间电荷区的复合电流和产生电流

Tuesday, March 17, 2020 3:09 AM

考虑SCR内非平衡载流子的产生与复合；

1. 正偏复合电流：

   正偏 → V > 0 → $np = n_i^2 e^{\frac{V}{V_T}}$ → SCR内又非平衡载流子复合；

   a. 定义：

      PN结正偏时，SCR内有正向注入的非平衡载流子，单位时间SCR内通过复合而消失的电荷数称为正偏复合电流；

   b. 定义式：

      $$I_R = Aq\int_0^W Udx$$

      其中：

      A：结面积；

      U：净复合率；

      W：SCR宽度；

   c. 最大净复合率：

      $$U = \frac{\frac{1}{\tau_0}(np - n_i^2)}{(n+p) + 2n_i\cosh\left(\frac{E_t - E_i}{kT}\right)}, np = n_i^2 e^{\frac{V}{V_T}}$$

      最大净复合率的条件：

      $$\begin{cases} E_t = E_i \\ n = p = n_i e^{\frac{V}{2V_T}} \end{cases}$$

      $$U = U_{max} = \frac{n_i}{2\tau_0}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} - 1\right)$$

   d. 最大正偏复合电流：

      $$I_{Rmax} = Aq\int_0^W \frac{n_i}{2\tau_0}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} - 1\right)dx = \frac{AqWn_i}{2\tau_0}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} - 1\right) = I_r\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)$$

      $$I_r = \frac{AqWn_i}{2\tau_0}$$

      当时，，实质为反偏时SCR内产生的电流；

   e. 与扩散电流的比较：(以P^+N结为例)

      $$I_d = I_0\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) \approx \frac{AqD_pP_{n0}}{L_p}(e^{\frac{V}{V_T}} - 1)$$

      $$\frac{I_d}{I_R} \approx \frac{2D_p\tau_0 p_{n0}}{WL_pn_i}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} + 1\right) = \frac{2L_pn_i}{WN_d}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} + 1\right)$$

      1) 载流子寿命越短，扩散长度越短，I_R影响越大；
      2) 掺杂浓度越大，复合中心越多，净复合率越大，I_R影响越大；
      3) 同等掺杂条件下，禁带宽度越大，内建电势差越大，SCR越宽，I_R影响越大；
      4) 在正偏电压较小时，I_R影响大；

2. 反偏产生电流：

   反偏 → V < 0 → $np = n_i^2\, e^{\frac{V}{V_T}} < n_i^2$ → SCR内由非平衡载流子产生；

   a. 定义：

      PN结反偏时，SCR内由于载流子耗尽因而有非平衡载流子产生，单位时间SCR内产生的电荷数称

为反偏产生电流；

b. 定义式：

$$I_G = Aq\int_0^W Gdx$$

其中：

A：结面积；

G：净产生率；

W：SCR宽度；

c. 最大净产生率：

当$V \ll 0$时：

$$U_{max} = \frac{n_i}{2\tau_0}\left(e^{\frac{V}{2V_T}} - 1\right) \approx -\frac{n_i}{2\tau_0}, G_{max} = -U_{max} = \frac{n_i}{2\tau_0}$$

d. 最大反偏产生电流：

$$I_{Gmax} = Aq\int_0^W \frac{n_i}{2\tau_0}dx = \frac{AqWn_i}{2\tau_0} = I_r$$

e. I_G与I_0的比较：

$$I_0 \approx \frac{AqD_p p_{n0}}{L_p}$$

i. I_0基本与偏压无关，所以称为反向饱和电流；

ii. I_G与偏压有关，V_R越大，W越大，所以I_G呈现不饱和特性；

iii. 由于n_i远大于热平衡少子浓度，所以I_G比I_0大得多；

iv. 禁带宽度越小，n_i越大，因而I_0和I_G越大；

v. 少子寿命越短，I_0和I_G越大；

3. 例题：

$Si-PN$结，$N_a = N_d = 10^{16}cm^{-3}$，$A = 10^{-4}cm^2$，$D_n = 25cm^2/s$，$D_p = 10cm^2/s$，$\tau_n = \tau_p = 0.5\mu s$；

求：

i. $V = 0.1V$时扩散电流I_d；

ii. $V = 0.1V$时SCR内正偏复合电流I_R；

iii. $V_R = 5V$时SCR内反偏产生电流I_G；

解：

i. 由：

$$I_0 = Aq\left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n}\right) \approx 4.16\times10^{-15}A$$

$$\because I_d = I_0\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) \approx 4.16\times10^{-15}A\times\left(e^{\frac{0.1}{0.026}} - 1\right) \approx 1.91\times10^{-13}A$$

ii. 先计算内建电势差，然后计算SCR宽度W：

$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2} \approx 0.70V$$

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(\psi_0 - V)}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)} \approx 3.96\times10^{-5}cm$$

$$I_r = \frac{AqWn_i}{2\tau_0} \approx 9.50\times10^{-12}A$$

$$I_R = I_r\left(e^{\frac{V}{2V_T}} - 1\right) = 9.50\times10^{-12}A\times\left(e^{\frac{0.1}{0.026}} - 1\right) \approx 5.55\times10^{-11}A$$

iii. 先计算反偏时SCR宽度W：

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(\psi_0 + V_R)}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)} \approx 1.22\times10^{-4}cm$$

$$I_0 = \frac{AqWn_i}{2\tau_0} \approx 2.93\times10^{-11}A$$

4. 练习题：

$Si-PN$结，$N_a = N_d = 10^{16}cm^{-3}$，$A = 10^{-4}cm^2$，$D_n = 25cm^2/s$，$D_p = 10cm^2/s$，$\tau_n = \tau_p = 0.5\mu s$；

求：

i. 计算正偏复合电流I_R和扩散电流I_d相等时的正偏电压值；

ii. 对于$GaAs-PN$结，$D_n = 160cm^2/s$，$D_p = 8cm^2/s$，其他参数与$Si-PN$结一样。计算$V = 0.1V$时，正偏复合电流与扩散电流之比，并与$Si-PN$结的结果相比较；

解：

i. 由：

$$I_r = \frac{AqWn_i}{2\tau_0} \approx 9.50\times10^{-12}A$$

$$I_0 = Aq\left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n}\right) \approx 4.16\times10^{-15}A$$

$$I_R = I_r\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)$$

$$I_d = I_0\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)$$

令$I_R = I_d$

即：

$$I_r\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right) = I_0\left(e^{\frac{V}{V_T}} - 1\right)$$

$$\Rightarrow I_r = I_0$$

得：

$$\frac{AqWn_i}{2\tau_0} = Aq\left(\frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n}\right)$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{Wn_i}{2\tau_0} = \frac{D_p p_{n0}}{L_p} + \frac{D_n n_{p0}}{L_n}$$

由：

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(\psi_0 - V)}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)}$$

$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2} \approx 0.70V$$

得：

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s(0.70V - V)}{q}\left(\frac{1}{N_a} + \frac{1}{N_d}\right)}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)\times(0.70V - V)}{1.6\times10^{-19}C}\times\left(\frac{1}{10^{16}cm^{-3}} + \frac{1}{10^{16}cm^{-3}}\right)}$$

$$\approx \sqrt{(0.70V - V)\times2.61\times10^{-22}Cm/N}$$

$$\approx 1.616\times10^{-11}\times\sqrt{0.70 - V}m$$

综上：

$$\frac{1.5\times10^{10}cm^{-3}}{2\times0.5\times10^{-6}s}W = \frac{10cm^2/s\times10^{16}cm^{-3}}{\sqrt{10cm^2/s\times0.5\times10^{-6}s}} + \frac{25cm^2/s\times10^{16}cm^{-3}}{\sqrt{25cm^2/s\times0.5\times10^{-6}s}}$$

$$\Rightarrow 1.5\times10^{16}cm^{-3}s^{-1}W \approx 11.54\times10^{19}cm^{-2}s^{-1}$$

$$\Rightarrow W \approx 7693.33cm$$

即：

$$W \approx 4.5V$$

5. 完。

八：大注入条件下的PN结正向电流

Tuesday, March 17, 2020 2:02 AM

当正偏电压较大时，需要考虑大注入效应；

1. 大注入时的边界条件：

   考虑单边注入情况(以P^+N结为例)

   在空间电荷区边界处($x = x_n$)：

   $$\begin{cases} n_n(x_n) \approx p_n(x_n) \approx \Delta p_n \\ n_n(x_n)p_n(x_n) \approx n_i^2 e^{\frac{V}{V_T}} \end{cases}$$

   得到：

   N侧满足大注入条件时的SCR边界$x = x_n$条件：

   $$n_n(x_n) \approx p_n(x_n) \approx n_i e^{\frac{V}{2V_T}}$$

   若P侧也满足大注入条件，则P侧SCR边界$x = -x_p$满足大注入条件时的边界条件：

   $$n_p(-x_p) \approx p_p(-x_p) \approx n_i e^{\frac{V}{V_T}}$$

2. 大注入时的扩散近似：

   考虑单边注入情况(以P^+N结为例)

   a. 在N侧SCR边界处为了满足电中性，同样会造成多子电子的积累；
   b. 在N侧SCR边界处多子电子的浓度高于体内电子浓度，因而向体内扩散；
   c. 由于电子扩散系数大于空穴扩散系数，即电子扩散得更快，所以电中性被破坏，会产生自建电场，自建电场方向由SCR指向N侧电中性区；
   d. 由电子和空穴扩散速度不同引起的自建电场会阻碍电子的扩散，达到稳态时电子的扩散电流和漂移电流之和为零，即电子电流为零；
   e. 由于自建电场存在，空穴既有扩散又有漂移，扩散近似不成立，空穴电流由扩散电流和漂移电流两部分构成；
   f. 可以证明：在SCR边界附近，空穴的扩散电流和漂移电流近似相等，因而总的空穴电流约为空穴扩散电流的2倍，如果依然假设空穴电流就是空穴扩散电流(假设扩散近似依然成立)，则空穴扩散系数= $2D_p$；

3. 大注入时的正向电流：

   考虑单边注入情况(以P^+N结为例)

   a. 大注入时少子空穴的连续性方程(假设扩散近似依然成立)；

   $$2D_p \frac{\partial^2 p_n}{\partial x^2} - \frac{p_n}{\tau_p} = 0$$

   $$\Rightarrow p_n(x) = p_n(x_n) e^{\frac{x_n - x}{\sqrt{2}L_p}} = n_i \, e^{\frac{V}{V_T}} e^{\frac{x_n - x}{\sqrt{2}L_p}}$$

   b. 大注入时少子空穴的电流方程(假设扩散近似依然成立)；

   $$I_p = -2AqD_p \frac{dp_n}{dx}$$

   $$\Rightarrow I_p(x) = \frac{\sqrt{2}AqD_p n_i e^{\frac{V}{2V_T}}}{L_p} e^{\frac{x_n - x}{\sqrt{2}L_p}}$$

   $$I_{pmax} = I_p(x_n) = \frac{\sqrt{2}AqD_p n_i}{L_p} e^{\frac{V}{2V_T}}$$

$$I \approx I_p(x_n) = \frac{\sqrt{2}AqD_p n_i}{L_p} e^{\frac{V}{2V_T}} \propto e^{\frac{V}{2V_T}}$$

若N侧也满足大注入情况

a. 大注入时少子电子的连续性方程；

$$2D_n \frac{\partial^2 n_p}{\partial x^2} - \frac{n_p}{\tau_n} = 0$$

$$\Rightarrow n_p(x) = n_i e^{\frac{V}{2V_T}} e^{\frac{x_p + x}{\sqrt{2}L_p}}$$

b. 大注入时少子电子的电流方程；

$$I_n = -2AqD_n \frac{dn_p}{dx}$$

$$\Rightarrow I_n(-x_p) = \frac{\sqrt{2}AqD_n n_i}{L_n} e^{\frac{V}{2V_T}}$$

c. 两侧都满足大注入时的总电流；

$$I = I_p(x_n) + I_n(-x_p) = \sqrt{2}Aqn_i \left(\frac{D_p}{L_p} + \frac{D_n}{L_n}\right) e^{\frac{V}{2V_T}}$$

4. PN结正向电流总结：

a. 很小正向偏压：

正偏符合电流为主，$\ln I \sim V$为线性关系，斜率为$\frac{1}{2V_T}$；

b. 中等正向偏压：

少子扩散电流为主，$\ln I \sim V$为线性关系，斜率为$\frac{1}{V_T}$；

c. 较大正向偏压：

大注入效应，少子扩撒电流+少子漂移电流，$\ln I \sim V$为线性关系，斜率为$\frac{1}{2V_T}$；

d. 很大正向偏压：

串联电阻效应，PN结上压降几乎不变，$I \sim V$为线性关系，斜率为$\frac{1}{R_s}$；

5. 完。

十一：PN结二极管的电容效应

Thursday, March 19, 2020 1:46 PM

SCR内由电离杂质电荷，V↑ → W↑ → Q↑ → 电容效应；

1. 耗尽层电容定义：

   PN结耗尽层内的空间电荷会随着外加偏压的变化而变化，由此引起的电容，称为耗尽层电容，又叫势垒电容或过度电容，记为C_T。PN结反偏时，势垒电容为PN结主要电容。

   C_T(微分电容，大小等于SCR内正电荷或负电荷总量随外加偏压的变化率)定义式为：

   $$C_T = \frac{d|Q|}{dV_R}$$

   其中，Q为SCR内正电荷或负电荷的总量；

   以突变结为例：

   $$|Q| = AqN_a x_p = AqN_d x_n$$

2. C_T与V_R的关系(C~V特性)：

   a. 推导C_T的具体表达式：

   以突变结为例；

   热平衡时空间电荷区宽度公式：

   $$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S\psi_0}{q}\left(\frac{N_a}{N_d}\right)\left(\frac{1}{N_a+N_d}\right)}, x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S\psi_0}{q}\left(\frac{N_d}{N_a}\right)\left(\frac{1}{N_a+N_d}\right)}$$

   $$\because |Q| = AqN_a x_p = AqN_d x_n = A\sqrt{\frac{2\varepsilon_S q\psi_0 N_a N_d}{N_a+N_d}}$$

   反偏时，耗尽层近似依然成立：

   $$|Q| = A\sqrt{\frac{2\varepsilon_S q(\psi_0+V_R)N_a N_d}{N_a+N_d}}$$

   $$\Rightarrow C_T = \frac{d|Q|}{dV_R} = A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

   b. 势垒电容可等效于平行板电容：

   $$C_T = A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

   反偏时空间电荷区宽度公式：

   $$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)}{q}\left(\frac{1}{N_a}+\frac{1}{N_d}\right)} = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}}$$

   $$C_T = \frac{A\varepsilon_S}{W}$$

   PN结势垒电容等效于平行板电容，正负空间电荷区分别为正、负极板，极板间距为SCR的总宽度W；

   c. 势垒电容的大小：

   例：$Si-PN$结，$T=300K, A=10^{-4}cm^2, N_a=10^{16}cm^{-3}, N_d=10^{15}cm^{-3}, V_R=5V$,求$C_T$；

   解：

   $$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2} \approx 0.637V$$

   $$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}} \approx 2.846\mu m$$

   $$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W} \approx 3.67nF/cm^2$$

   $$C_T = AC_T' \approx 0.367pF$$

   d. 正偏时的势垒电容：

   正偏时，耗尽层近似失效，SCR内电荷难以计算。所以势垒电容只能估算；

   正偏时：

   $C_T \approx 4C_T(0)$，$C_T(0)$是零偏时的势垒电容；

   $A\varepsilon_S$

$C_T(0)=\frac{\varepsilon_S}{W_0}$，$W_0$是热平衡时的SCR宽度；

一般正偏时，PN结势垒电容与扩散电容相比小得多，可以忽略；

e. $\frac{1}{C_T^2}\sim V_R$的关系曲线:

$$C_T=A\sqrt{\frac{\varepsilon_S q N_a N_d}{2(N_a+N_d)(\psi_0+V_R)}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_T^2}=\frac{2(N_a+N_d)}{A^2\varepsilon_S q N_a N_d}(\psi_0+V_R)$$

以P^+N结为例：$N_a \gg N_d$

$$\frac{1}{C_T^2}=\frac{2(N_a+N_d)}{A^2\varepsilon_S q N_a N_d}(\psi_0+V_R)$$

$\frac{1}{C_T^2}\sim V_R$是线性关系；

由

3. 作业：

$P104$: $2-6, 2-13, 2-14, 2-17$;

a. 根据电子电流公式$I_n=qA\left(n\mu_n\varepsilon+D_n\frac{\partial n}{\partial x}\right)$推导公式：

由 $\psi_0 \equiv \psi_n-\psi_p=\int\left(\frac{I_n}{q\mu_n n\varepsilon}+\frac{D_n}{n\mu_n}\frac{\partial n}{\partial x}\right)$

解：晶体处于热平衡时：$I_n=0$

即：$qA\left(n\mu_n\varepsilon+D_n\frac{\partial n}{\partial x}\right)=0$

因为 $\varepsilon=-\frac{d\psi}{dx}$

所以 $-n\mu_n\frac{d\psi}{dx}+D_n\frac{\partial n}{\partial x}=0$

即 $n\mu_n\frac{d\psi}{dx}=D_n\frac{\partial n}{\partial x}$

由爱因斯坦关系：$\frac{D_n}{\mu_n}=V_T$

得：$n\frac{d\psi}{dx}=V_T\frac{\partial n}{\partial x}$

$\Rightarrow d\psi=\frac{V_T}{n}dn$

则：$\int d\psi=\int\frac{V_T}{n}dn$

$\Rightarrow \psi=V_T\ln n$

综上：

$\psi_0=\psi_n-\psi_p=V_T\ln n_{n0}-V_T\ln n_{p0}$

$=V_T\ln N_d-V_T\ln\frac{n_i^2}{N_a}$

$=V_T\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$

b. 把一个硅二极管用作变容二极管，在结的两边掺杂浓度分别为$N_a=10^{19}$和$N_d=10^{15}$，二极管的面积为$100mil^2$ (密尔(mil)为长度单位，$1\ mil=10^{-3}\ in$ (英寸) $=2.54\times10^{-5}\ m$)；

i. 求在$V_R=1V$和$V_R=5V$时二极管的电容；

$$\psi_0=V_T\ln\frac{N_aN_d}{n_i^2}$$

$$=0.026eV\times\ln\frac{10^{19}cm^{-3}\times10^{15}cm^{-3}}{(1.5\times10^{10}cm^{-3})^2}$$

$$\approx 0.817V$$

$$W=\sqrt{\frac{2\varepsilon_S(\psi_0+V_R)(N_a+N_d)}{qN_aN_d}}$$

$$= \sqrt{\frac{2\times11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)\times(0.817V+V_R)\times(10^{19}cm^{-3}+10^{15}cm^{-3})}{1.6\times10^{-19}C\times10^{19}cm^{-3}\times10^{15}cm^{-3}}}$$
$$\approx \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+V_R)}\ cm$$

在$V_R = 1V$时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+1)}\ cm \approx 1.540\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}{1.540\times10^{-6}m}$$
$$\approx 6.781\times10^{-5}F/(100\ cm)^2$$
$$= 6.781\ nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times6.781\ nF/cm^2$$
$$= 100\times(2.54\times10^{-3}\ cm)^2\times6.781nF/cm^2$$
$$\approx 4.37\ pF$$

在$V_R = 5V$时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+5)}\ cm \approx 2.756\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2(N\cdot m^2)}{2.756\times10^{-6}m}$$
$$\approx 3.789\ nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times3.789\ nF/cm^2$$
$$\approx 2.45\ pF$$

ii. 计算用此变容二极管和$L = 2mH$的储能电路的共振频率;

零偏压时:

$$W = \sqrt{1.306\times10^{-8}\times(0.817+0)}\ cm \approx 1.033\times10^{-6}m$$
$$C_T' = \frac{\varepsilon_S}{W}$$
$$= \frac{11.8\times8.85\times10^{-12}C^2/(N\cdot m^2)}{1.033\times10^{-6}m}$$
$$\approx 1.011\times10^{-4}F/(100cm)^2$$
$$\approx 10.11nF/cm^2$$
$$C_T = AC_T'$$
$$= 100\ mil^2\times10.11\ nF/cm^2$$
$$\approx 6.523pF$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2mH\times6.523pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times6.523\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 8.76\ MHz$$

$V_R = 1V$时:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2mH\times4.37pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times4.37\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 10.70MHz$$

$V_R = 5V$时:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{2mH\times2.54pF}}$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\times10^{-3}H\times2.54\times10^{-12}F}}$$
$$\approx 14.03MHz$$

对于P^+N结: $W \approx X_n \ll L$

由泊松方程: $\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_{Si}} = \frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}}$

c. P^+N结突变结空间电荷区内$N_d = N_{d0}e^{-\frac{x}{L}}$, 导出$C-V$特性表达式;

解: 对$\frac{d^2V}{dx^2} = \int -\frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}}dx$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} = -\frac{qN_{d0}}{\varepsilon_{Si}}\int e^{-\frac{x}{L}}dx$$
$$= \frac{qN_{d0}L}{\varepsilon_{Si}}e^{-\frac{x}{L}} + A$$

$k\varepsilon_0$

在N侧SCR边界有 $x=x_n$，$\frac{d\varphi}{dx}=0$：

有：$\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L_n}}+A=0$

$\Rightarrow A=-\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0 x_n}e^{-\frac{x_n}{L_n}}$

因为 $\frac{d\varphi}{dx}=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x}{L_n}}+A$

所以 $\varphi(x)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x}{L}}+Ax+B$

即 $\varphi(x_n)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+B$

$\varphi(0)=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}+B$

在P^+N型结中，$\varphi_0\approx\varphi(x_n)-\varphi(0)$

即 $\varphi_0=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+B-\left(-\frac{N_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}+B\right)$

$=-\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}+Ax_n+\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}$

$=\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}\left(1-e^{-\frac{x_n}{L}}\right)+Ax_n$

$\because A=-\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}$

$\therefore \varphi_0=\frac{qN_{d0}L^2}{k\varepsilon_0}\left(1-e^{-\frac{x_n}{L}}\right)-\frac{qN_{d0}Lx_n}{k\varepsilon_0}e^{-\frac{x_n}{L}}$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(L-Le^{-\frac{x_n}{L}}-x_ne^{-\frac{x_n}{L}}\right)$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-e^{-\frac{x_n}{L}}(L+x_n)\right]$

因为 $W\approx x_n<<L$

所以 $e^{-\frac{x_n}{L}}\to 1-\frac{x_n}{L}$

则 $\varphi_0=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-\left(1-\frac{x_n}{L}\right)(L+x_n)\right]$

$\approx\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left[L-\left(1-\frac{W}{L}\right)(L+x_n)\right]$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(L-L-x_n+W+\frac{Wx_n}{L}\right)$

$=\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(W-x_n+\frac{Wx_n}{L}\right)$

因为 $W\approx x_n$

所以：$\varphi_0\approx\frac{qN_{d0}L}{k\varepsilon_0}\left(W-W+\frac{W\cdot W}{L}\right)$

$=\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2$

$\Rightarrow W^2=\frac{\varphi_0 k\varepsilon_0}{qN_{d0}}$

$\Rightarrow W=\sqrt{\frac{\varphi_0 k\varepsilon_0}{qN_{d0}}}$

设偏压为 V_R，则：

$W=\sqrt{\frac{k\varepsilon_0(\varphi_0+V_R)}{qN_{d0}}}$

由电荷量 $(N_d\gg N_a)$：

$Q=qA\int_0^W N_d\,dx$

$=qA\int_0^W N_{d0}\cdot e^{-\frac{x}{L}}dx$

$=-qALN_{d0}\cdot e^{-\frac{x}{L}}\Big|_0^W$

$=-qALN_{d0}e^{-\frac{W}{L}}+qALN_{d0}$

$=qALN_{d0}\left(1-e^{-\frac{W}{L}}\right)$

$\because W<<L$，$\therefore e^{-\frac{W}{L}}\to 1-\frac{W}{L}$

则：$Q=qALN_{d0}\left(1-1+\frac{W}{L}\right)$

$=qAN_{d0}W$

由 $C=\frac{dQ}{dV_R}$

得：$C=\frac{d(qAN_{d0}W)}{dV_R}$

$\because W=\sqrt{\frac{k\varepsilon_0(\varphi_0+V_R)}{qN_d}}$

$\therefore C=\frac{d\sqrt{k\varepsilon_0 qN_{d0}A^2(\varphi_0+V_R)}}{dV_R}$

$\Rightarrow C=A\sqrt{k\varepsilon_0 qN_{d0}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{\varphi_0+V_R}}$

$=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\varphi_0+V_R}}$

$\because \varphi_0=\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2$

$\therefore C=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2+V_R}}$

零偏压（$V_R=0V$）时：

$C_T=\frac{A}{2}\sqrt{\frac{k\varepsilon_0 qN_{d0}}{\frac{qN_{d0}}{k\varepsilon_0}W^2}}=\frac{Ak\varepsilon_0}{2W}$

因为 $N_d=\frac{2}{q k \varepsilon_0 A^2}\frac{\Delta V}{\Delta \frac{1}{C^2}}$

设 $a=\frac{\Delta V}{\Delta \frac{1}{C^2}}$；

d. 采用电容测试仪在$1MHz$测量$GaAs\ P^+N$结二极管的电容反偏压关系。下面是从$0\sim5V$每次间隔$\frac{1}{2}V$测得得电容数据，以pF为单位：

电压(V)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
电容(pF)	19.9	17.3	15.6	14.3	13.3	12.4	11.6	11.1	10.5	10.1	9.8

计算ψ_0和N_d(二极管的面积为$4\times10^{-4}cm^2$);

解：

```
V=0:0.5:5
```

```
V =
    0.5000    1.0000    1.5000    2.0000    2.5000    3.0000    3.5000    4.0000    4.5000    5.0000
```

```
C=[19.9 17.3 15.6 14.3 13.3 12.4 11.6 11.1 10.5 10.1 9.8]
```

```
C =
   19.9000   17.3000   15.6000   14.3000   13.3000   12.4000   11.6000   11.1000   10.5000   10.1000    9.8000
```

```
C2=1./C.^2
```

```
C2 =
    0.0025    0.0033    0.0041    0.0049    0.0057    0.0065    0.0074    0.0081    0.0091    0.0098    0.0104
```

```
dkC2=zeros([1 10]);
for i=1:10
    dkC2(i)=C2(i+1)-C2(i);
end
dkC2
```

```
dC2 = 1×10
10^-3 ×
    0.8161    0.7679    0.7811    0.7630    0.8504    0.9280    0.6846    0.9541    0.7327    0.6094
```

```
dV=zeros([1 10]);
for i=1:10
    dV(i)=V(i+1)-V(i);
end
dV
```

```
dV = 1×10
    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000    0.5000
```

```
a=dV./dC2
```

```
a = 1×10
   612.7059   651.1283   640.1426   655.2941   587.9509   538.8007   730.3585   524.0703   682.4395   820.5226
```

```
a=sum(a)/(sum(size(a))-1)
```

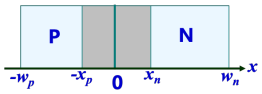
```
a = 644.3413
```

十二：PN结二极管的频率特性

Tuesday, March 24, 2020 1:30 AM

1. 预习作业：
   a. 推导长PN结P侧交流少子电子的连续性方程和电流方程，到处交流少子电子的扩散电流分布；

   解：



PN结一维坐标示意图

PN结在直流偏压V上叠加一个频率为ω，振幅为v_a的交流电压；

总电压：$v = V + v_a e^{j\omega t}$，$v_a \ll V_T$， 小信号条件；

总电流：$i = I + i_a e^{j\omega t}$，(直流成分+交流成分)

非平衡少子浓度：

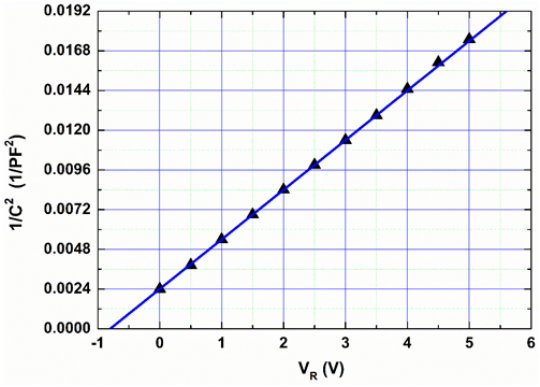
$$p_n(x,t) = p_n(x) + p_a(x)e^{j\omega t}$$
$$n_p(x,t) = n_p(x) + n_a(x)e^{j\omega t}$$

P侧中性区：

少子电子连续性方程：

$$\frac{\partial n_p(x,t)}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n_p(x,t)}{\partial x^2} - \frac{n_p(x,t) - n_{p0}}{\tau_n}$$
$$\Rightarrow \frac{\partial n_p(x)}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n_p(x)}{\partial x^2} - \frac{n_p(x) - n_{p0}}{\tau_n} = 0$$
$$\Rightarrow \frac{\partial \left[n_a(x)e^{j\omega t}\right]}{\partial t} = D_n e^{j\omega t} \frac{\partial^2 n_a(x)}{\partial x^2} - \frac{n_a(x)e^{j\omega t}}{\tau_n} = j\omega n_a(x)e^{j\omega t}$$

   b. 已知：Si长P^+N结，$A = 4\times10^{-4}cm^2$，$D_n = 25cm^2/s$，$D_p = 10cm^2/s$，$\tau_n = \tau_p = 0.1\mu s$，$V_T = 25mV$。实验测量其反偏情况下的$C-V$特性曲线如图所示；



   i. $V = 0.6V$时，估算：C_T =? C_D =? r_D =?

   解：

$$N_d = \frac{2}{qk\varepsilon_0 A^2} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta \frac{1}{C_2}}$$
$$= \frac{2}{1.6\times10^{-19}C\times9.0\times10^{9}N\cdot m^2/C^2\times8.85\times10^{-12}F/m\times(4\times10^{-4}cm^2)^2} \times \frac{4V}{0.0144pF^{-2} - 0.0024pF^{-2}}$$
$$\approx 3.270\times10^{13}m^{-3} = 3.270\times10^{7}cm^{-3}$$
$$\psi_0 = V_T \ln\frac{N_a N_d}{n_i^2}$$

复习

Tuesday, July 28, 2020 12:17 PM

1. 单电子近似：

   在研究一个电子的运动时，把在晶格中各处的其他电子和原子核对这个电子的库伦作用，按照他们的概率分布平均地加以考虑；

2. 仅包含电子坐标的薛定谔方程：

   $$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$$

   其中：

   $-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2$：电子动能算符；

   $V(\vec{r})$：电子势能算符；

   E：电子能量；

   $\psi(\vec{r})$：电子的波函数；

3. 布洛赫定理：

   如果势函数$V(\vec{r})$具有晶格的周期性，即：

   $$V(\vec{r}) = V\left(\vec{r} + \overrightarrow{R_m}\right)$$

   则薛定谔方程$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})$的解$\psi(\vec{r})$表示为：

   $$\psi_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}u_{\vec{k}}(\vec{r})$$ (布洛赫函数)

   式中，$u_{\vec{k}}(\vec{r})$为一个与晶格具有相同周期性的周期性函数，即：

   $$u_{\vec{k}}\left(\vec{r} + \overrightarrow{R_m}\right) = u_{\vec{k}}(\vec{r})$$

   其中：

   $\overrightarrow{R_m}$：为晶格平移矢量；

   $\vec{k}$：波矢量，为任意实数波矢，标志电子运动状态；

4. 电荷的输运：

   载流子的漂移与扩散运动；

5. 漂移运动：

   在外电场存在时，载流子除了做无规则的热运动以外，还要沿一定方向做有规则的定向运动，这种运动称为漂移运动；

6. 漂移速度：

   统计上的载流子运动平均速度；

7. 电导现象：

   漂移运动可引起电荷的定向移动，从而在半导体中产生电流；

8. 漂移电流：

   由载流子漂移运动所引起的电流；

9. 迁移率：

   载流子的平均漂移速度$\vec{v}$与外电场强度$\vec{\varepsilon}$成正比，其比例系数称为迁移率。一般用μ表示，单位是$cm^2/V\cdot s$；

10. →